



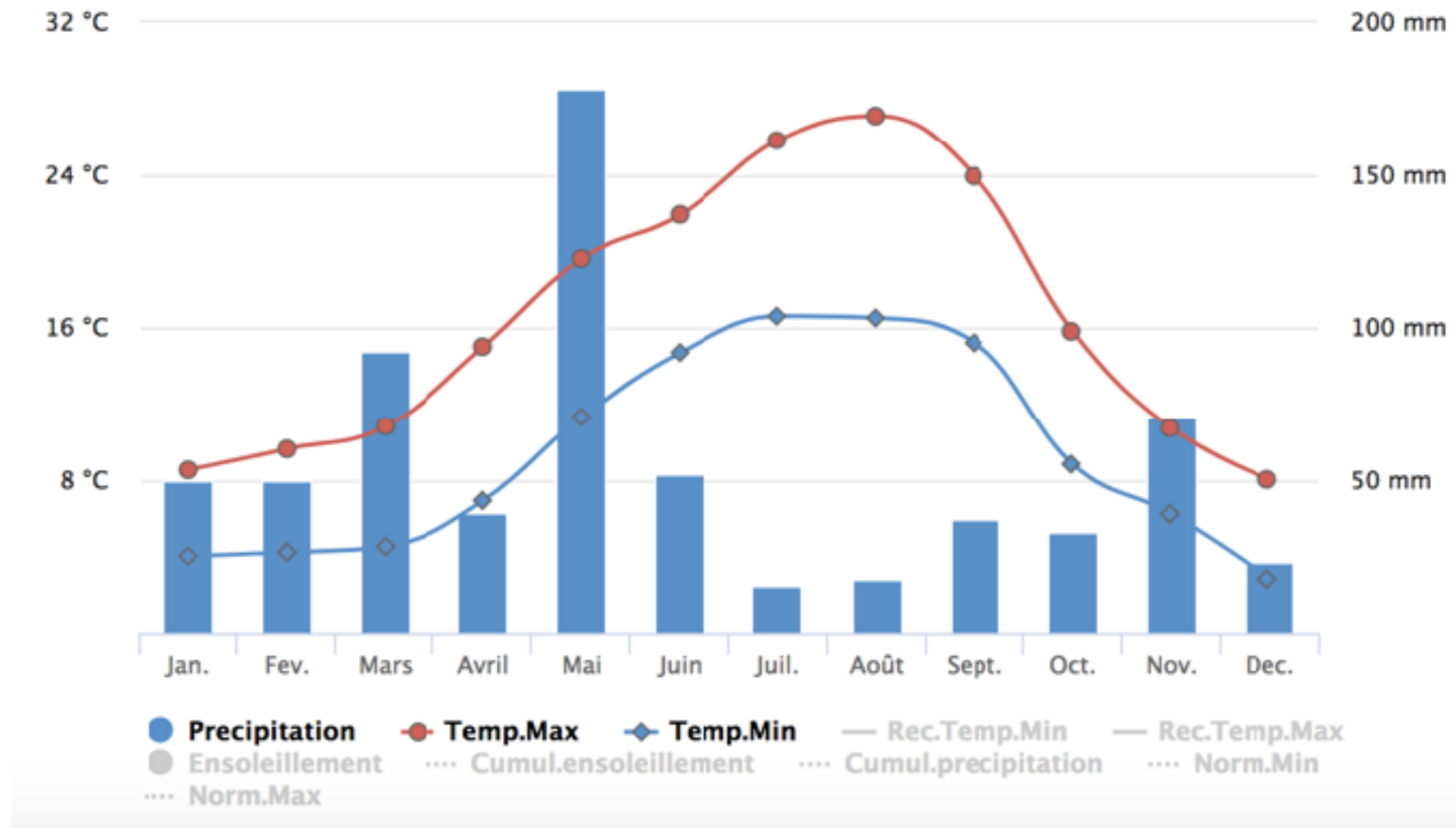
Les signaux physiques et leurs spectres

Physique PCSI1 — François Crépin

Exemples de signaux

On appelle **signal** toute **grandeur physique dépendant du temps** ...

Températures et précipitations (hauteur) à Paris en 2016



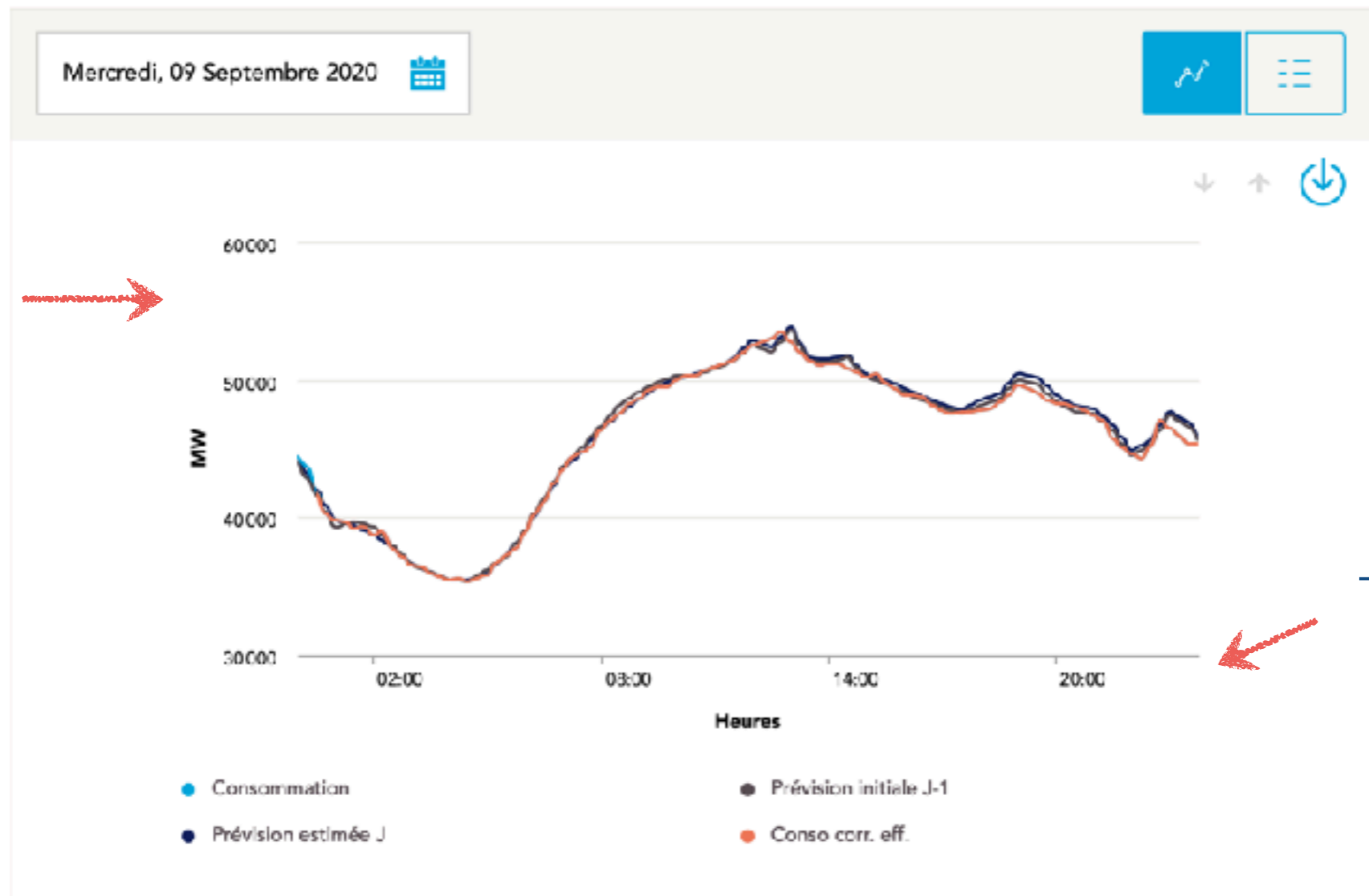
Source: www.meteofrance.com

Exemples de signaux

On appelle **signal** toute **grandeur physique dépendant du temps** ...

Puissance électrique demandée en France (09/09/2020)

Puissance
(MW)



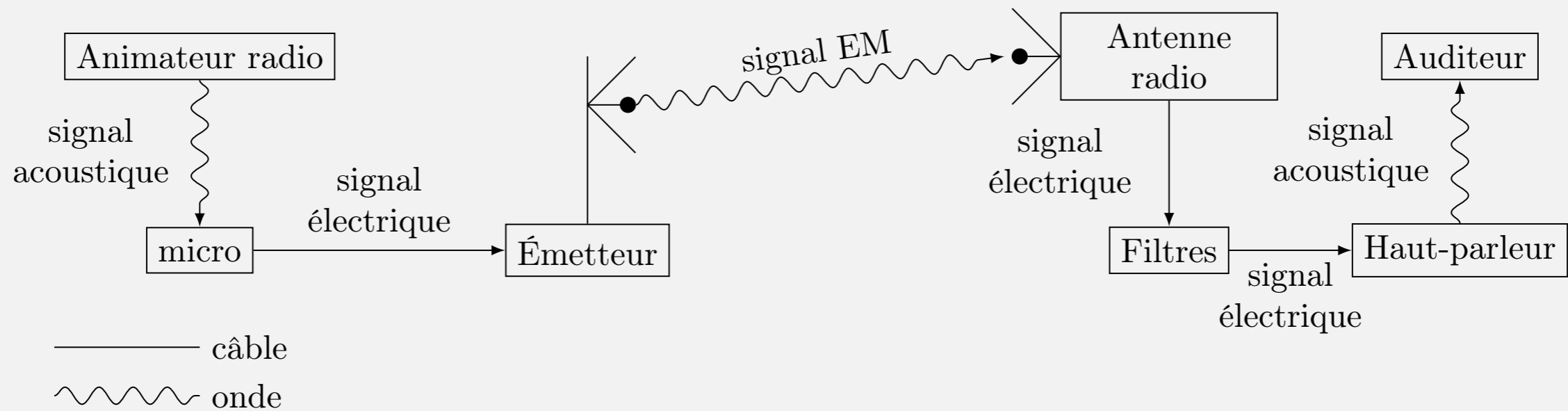
Temps (h)

Source: <http://clients.rte-france.com/lang/fr/visiteurs/vie/courbes.jsp>

Conversion des signaux

Conversion des signaux et transmission

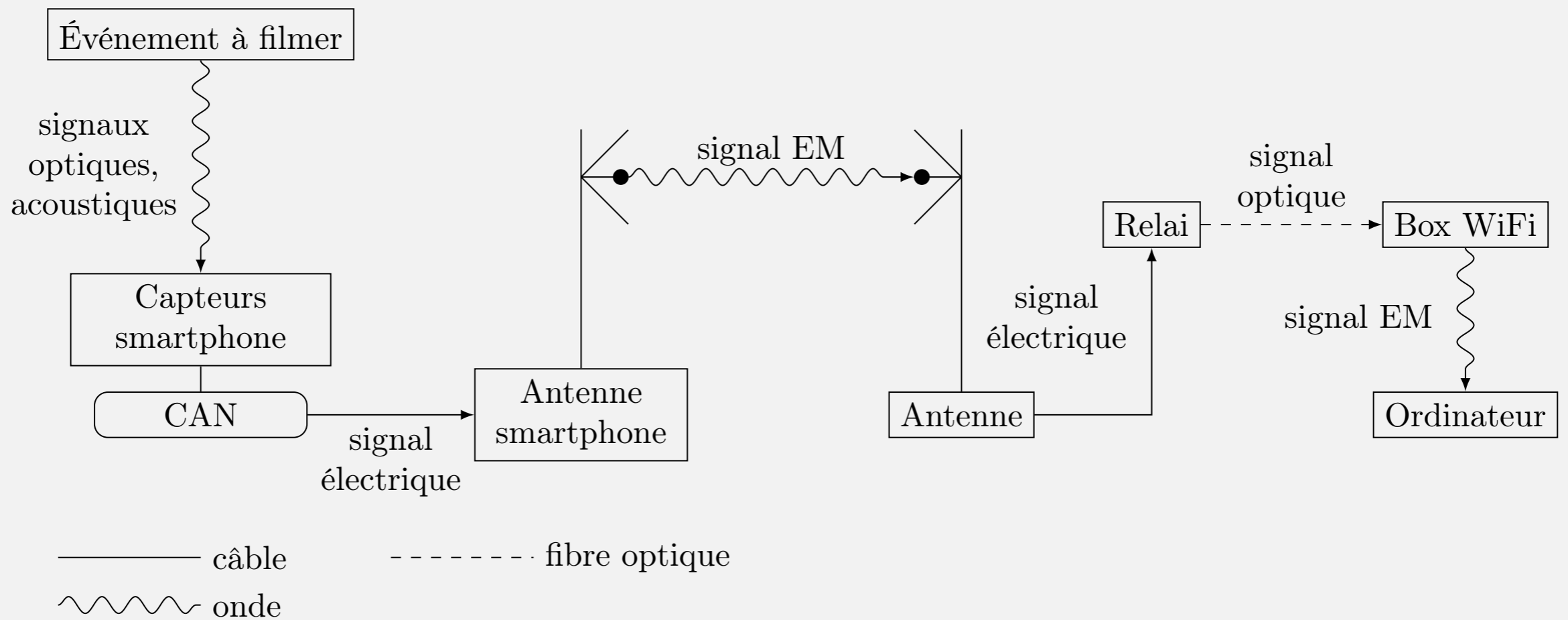
EXEMPLE : Transmission radio.



Conversion des signaux

Conversion des signaux et transmission

EXEMPLE : Transmission numérique.



Complexité des signaux

Complexité des signaux

Signaux purs

Signaux complexes

Signaux sinusoïdaux

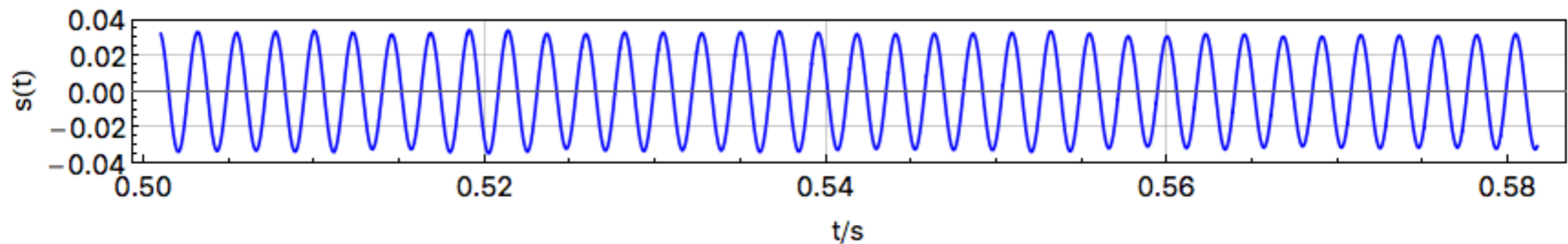
Signaux périodiques
non-sinusoïdaux

Signaux non-périodiques

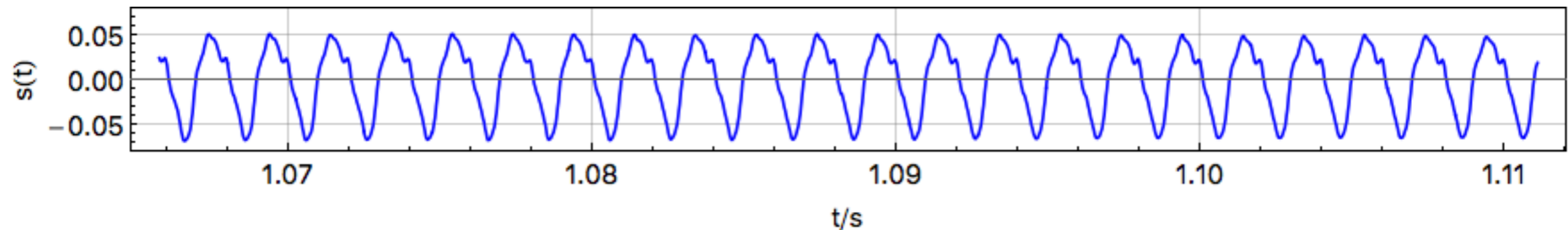
Signaux périodiques

Signaux acoustiques

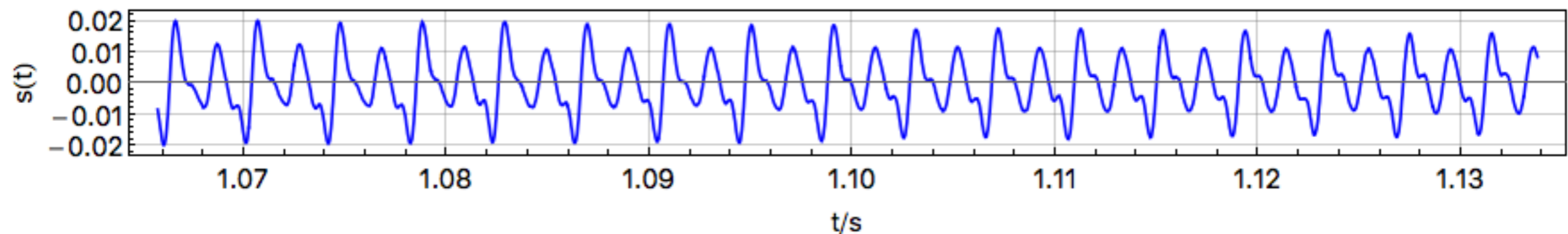
Diapason La₃ ($f = 440 \text{ Hz}$)



Trompette Si₃ ($f = 494 \text{ Hz}$)



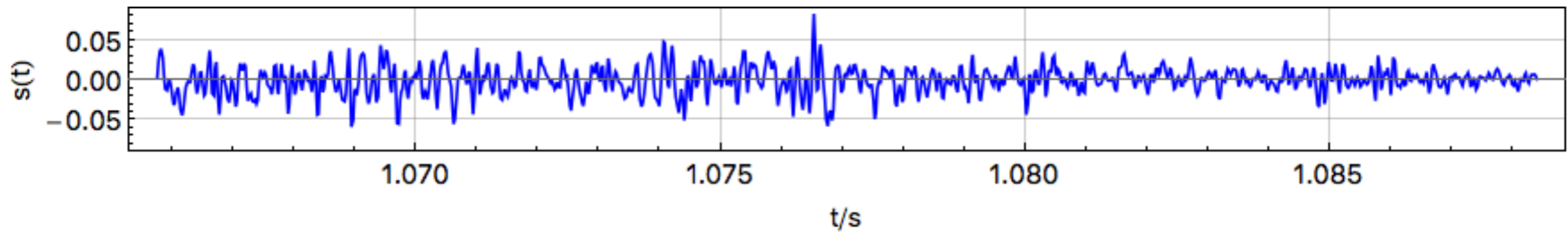
Guitare Si₂ ($f = 247 \text{ Hz}$)



Signaux non-périodiques

Signaux acoustiques

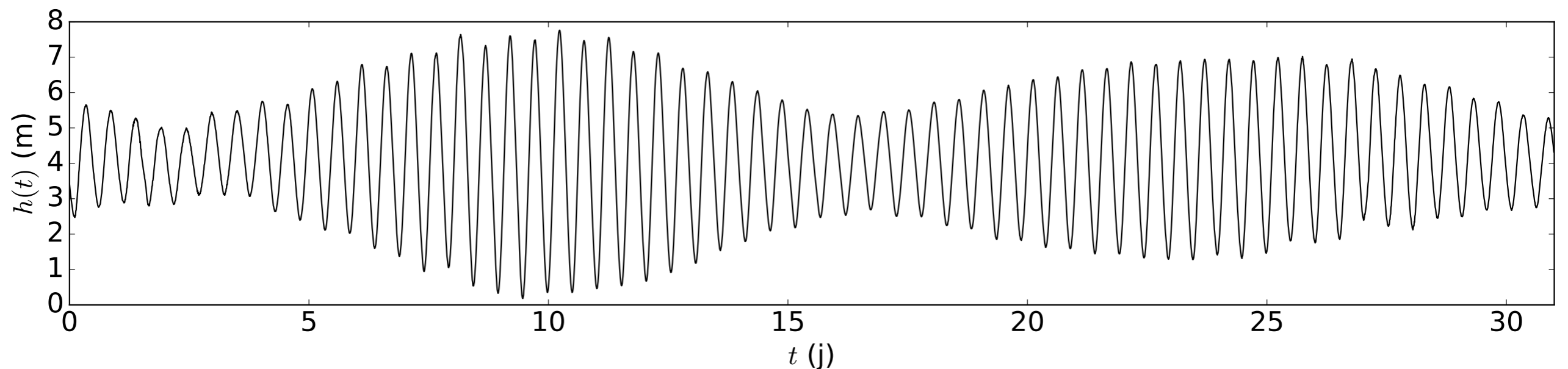
Bruit d'un froissement de papier



Signaux non-périodiques

Signaux mécaniques

Hauteur d'eau dans le port de Brest, Juillet 2016

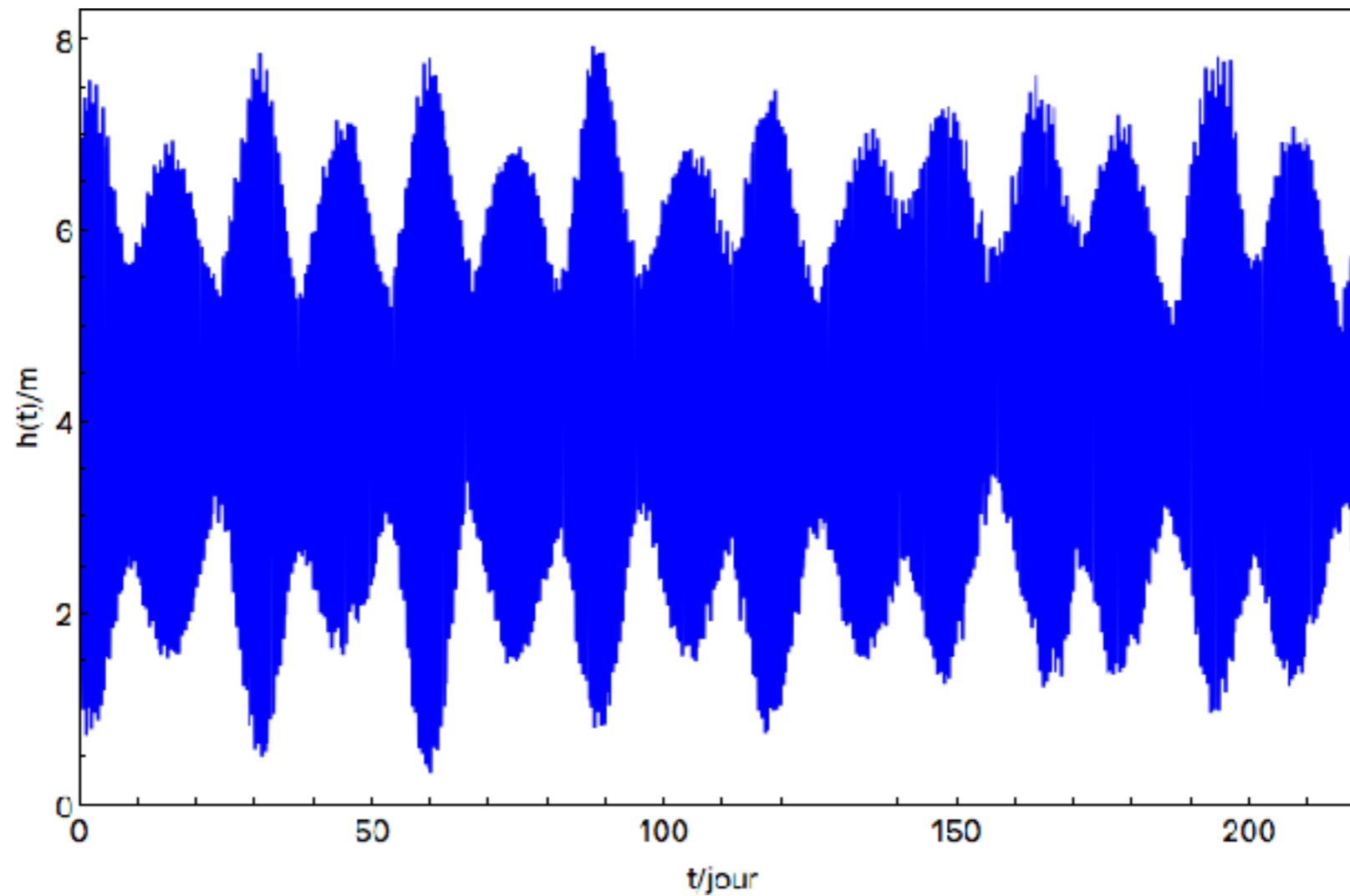


Données issues du service hydrographique et océanographique de la marine (SHOM)

Signaux non-périodiques

Signaux mécaniques

Hauteur d'eau dans le port de Brest, Aout 2015 — Mars 2016

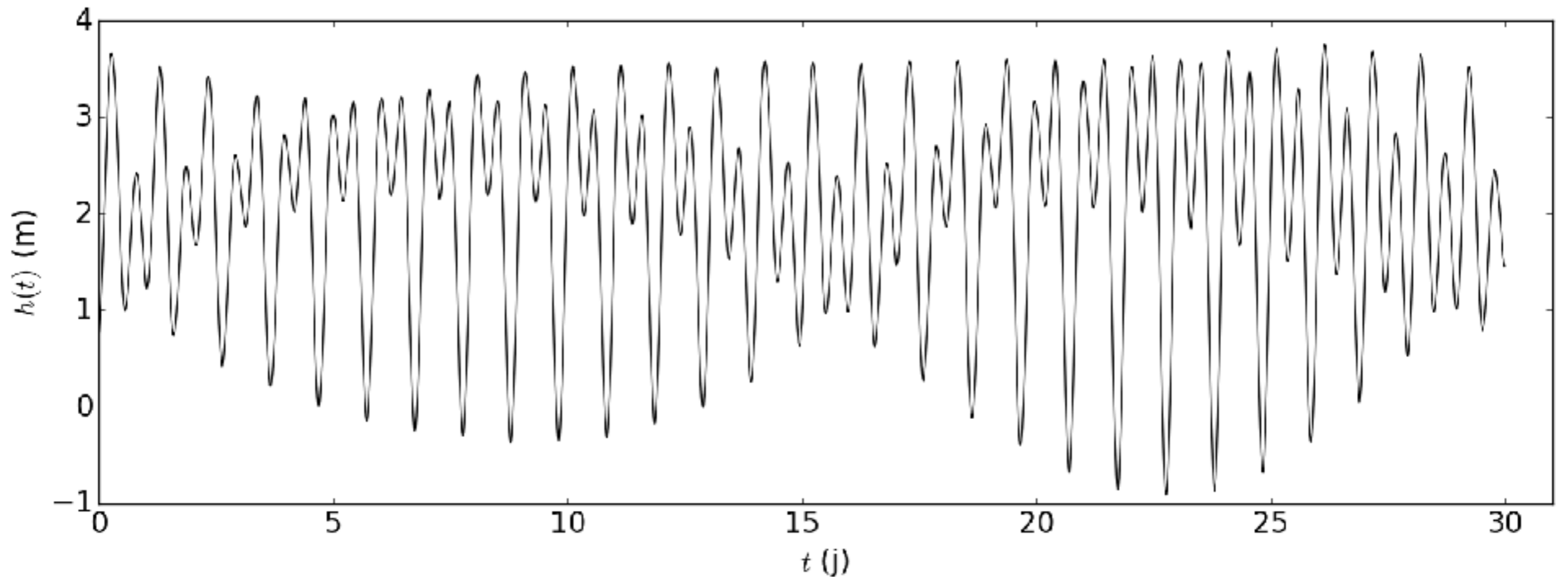


Données issues du service hydrographique et océanographique de la marine (SHOM)

Signaux non-périodiques

Signaux mécaniques

Hauteur d'eau dans le port de Seattle, Juillet 2017

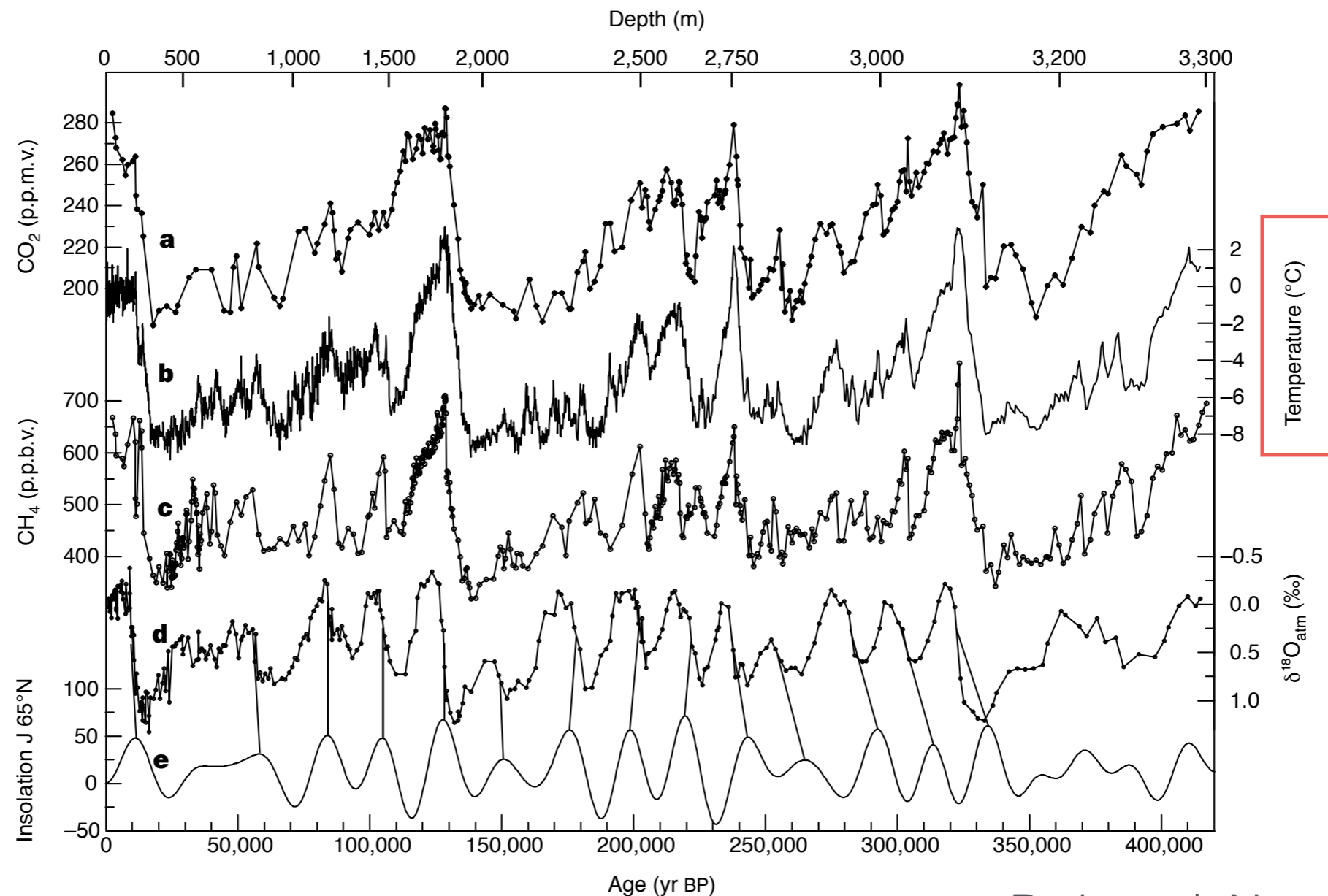


Données issues du National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA)

Signaux non-périodiques

Signaux thermodynamiques

Relevés de concentration dans une carotte de glace de Vostok, et déduction de la température atmosphérique



Petit et al. Nature (1999)

Spectres des signaux

Analyse spectrale

- ◆ D'après un théorème mathématique dû à Joseph Fourier (XIX^e siècle), tout signal $s(t)$ réalisable en pratique peut être décomposé en une somme de **signaux sinusoïdaux** :

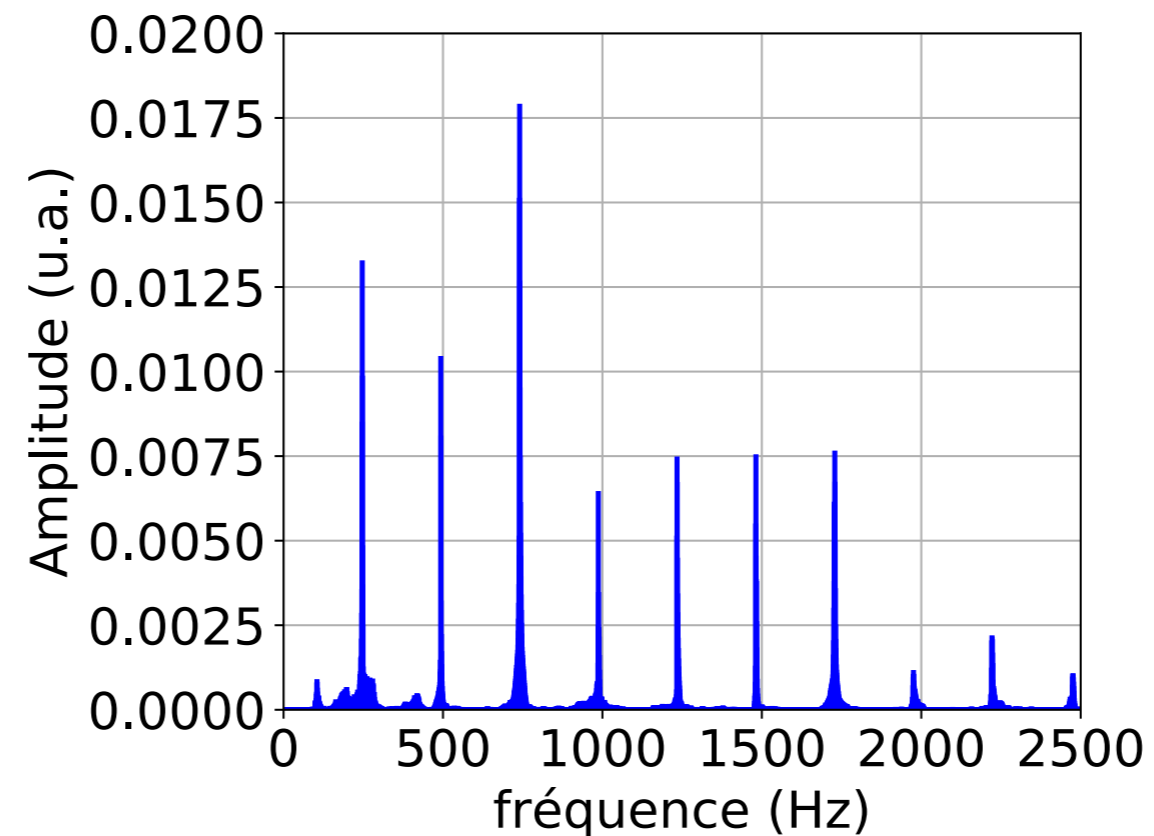
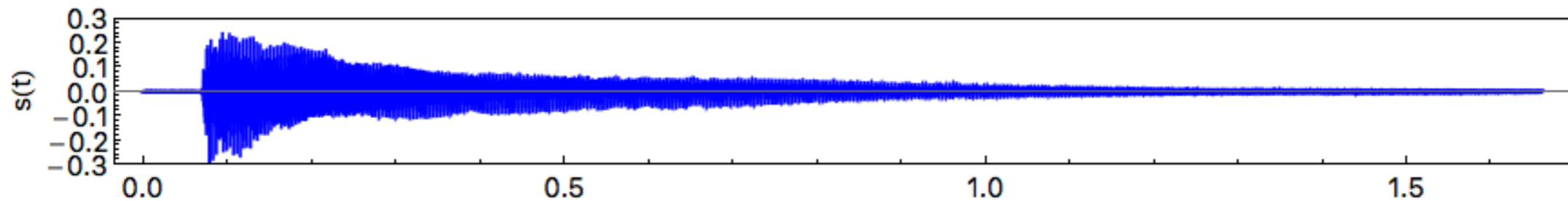
$$s(t) = \sum_i A_i \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) . \quad (1)$$

- ◆ Réaliser l'**analyse spectrale** d'un signal consiste à déterminer :
 - les fréquences f_i contenues dans le signal,
 - les amplitudes A_i des composantes sinusoïdales,
 - les phases φ_i .
- ◆ Le **spectre du signal** est l'ensemble $\{f_0, f_1, f_2, \dots\}$ des fréquences contenues dans le signal. Cet ensemble peut être fini ou infini.
- ◆ On représente les A_i en fonctions des f_i sur le **spectrogramme d'amplitude** et les φ_i en fonctions des f_i sur le **spectrogramme de phase**.

Spectres des signaux

L'analyse spectrale en pratique

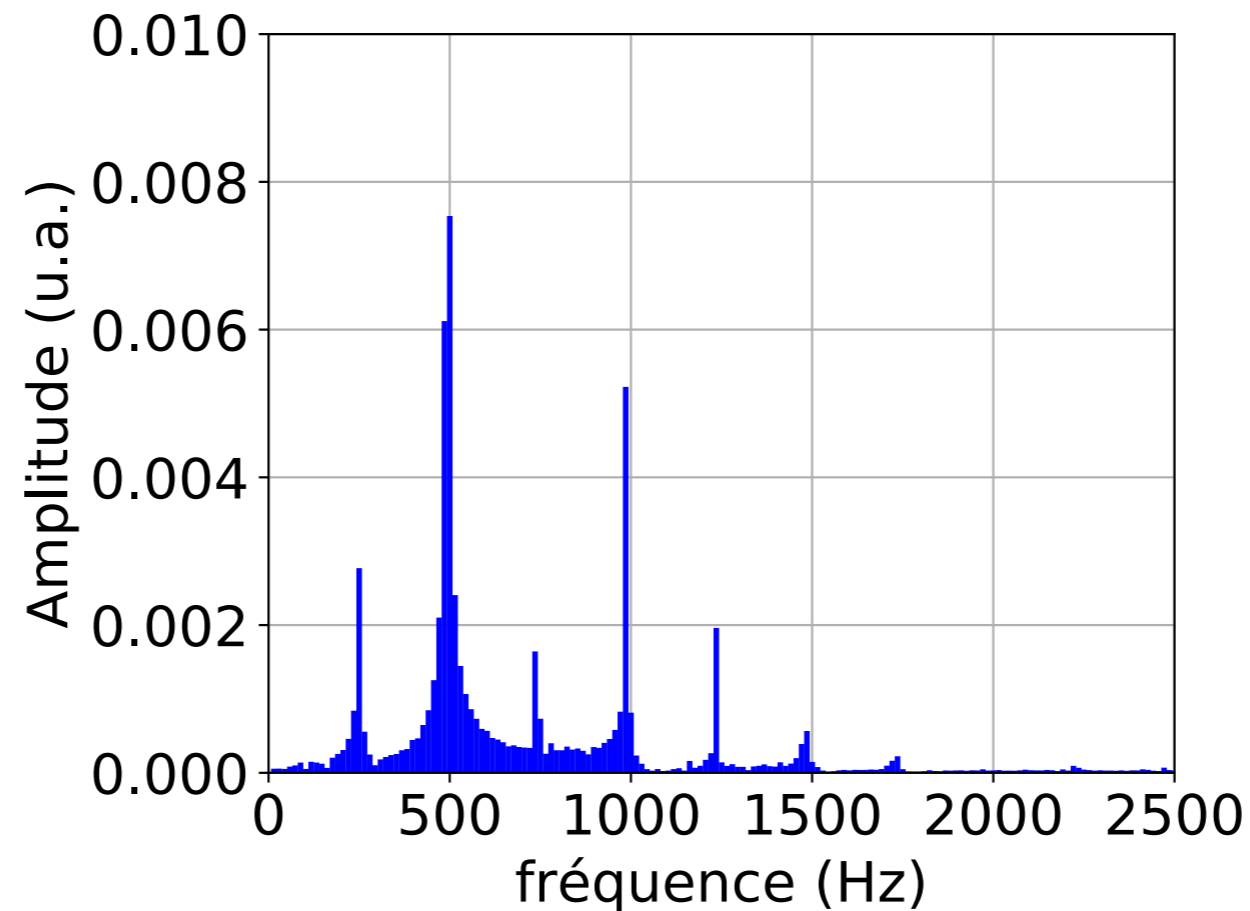
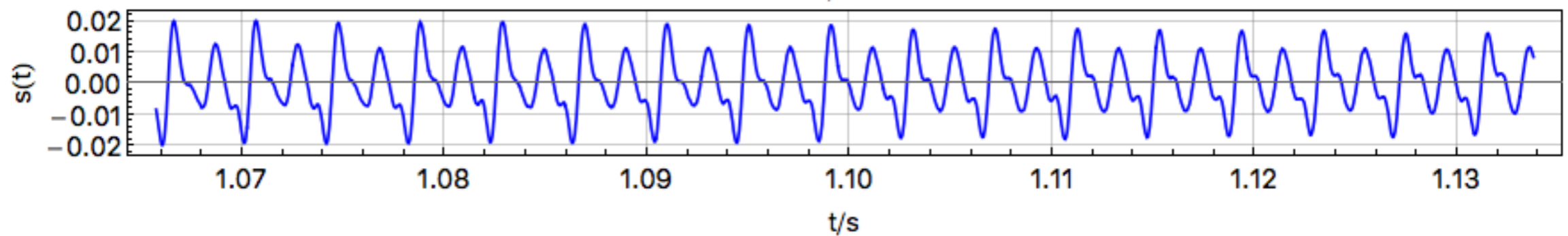
Exemple : analyse du signal d'une guitare



Spectres des signaux

L'analyse spectrale en pratique

Exemple : analyse du signal d'une guitare



Spectres des signaux

- On retiendra le lien entre l'**extension temporelle** τ du signal et la **largeur Δf des pics de fréquences** dans son spectrogramme d'amplitude :

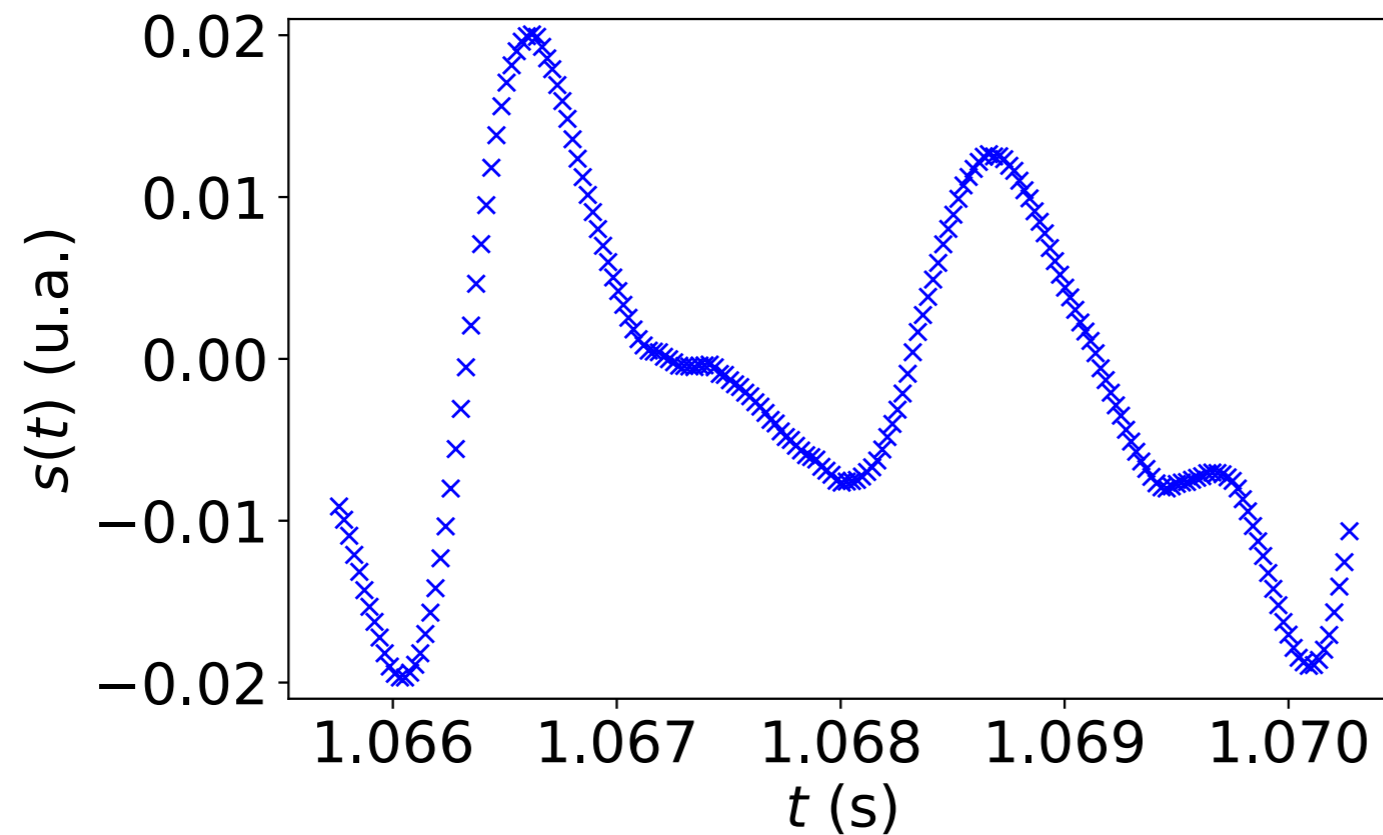
$$\boxed{2\pi\Delta f \times \tau \simeq 1} .$$

- Plus le signal est large en temps, plus les pics en fréquence sont fins. Plus le signal est étroit en temps, plus les pics en fréquence sont larges.
- Pour avoir une bonne résolution, la largeur Δf d'un pic doit être très inférieure à la distance entre deux pics successifs. Ici $\Delta f \ll f_s$ avec f_s la fréquence du signal, ou $\boxed{\tau \gg T}$, avec $T = 1/f_s$ la période. **Pour avoir une bonne résolution il convient d'enregistrer le signal sur un assez grand nombre de périodes.**

Spectres des signaux

L'analyse spectrale en pratique

Exemple : analyse du signal d'une guitare → échantillonnage



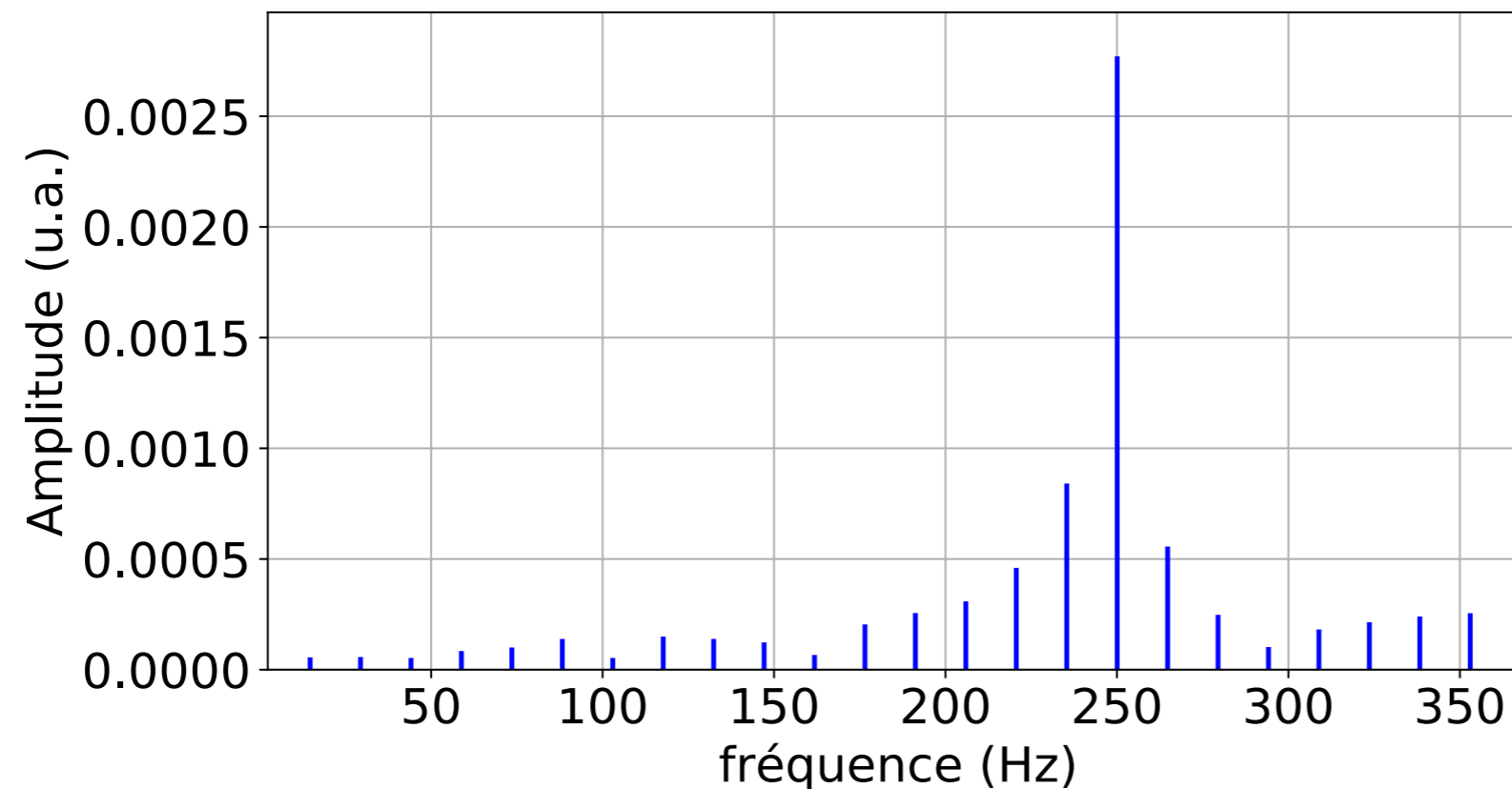
Fréquence d'échantillonnage $f_e = 44 \text{ kHz}$

→ Fréquence max dans le spectre

Spectres des signaux

Temps d'acquisition T_a du signal

Les pics dans le spectre sont régulièrement espacés de $\Delta f = 1/T_a$



Spectres des signaux

EXEMPLE : Le spectre de marée.

L'analyse spectrale du signal $h(t)$ de la FIGURE 3 révèle le spectre suivant. C'est le spectre de marée dans le port de Brest.

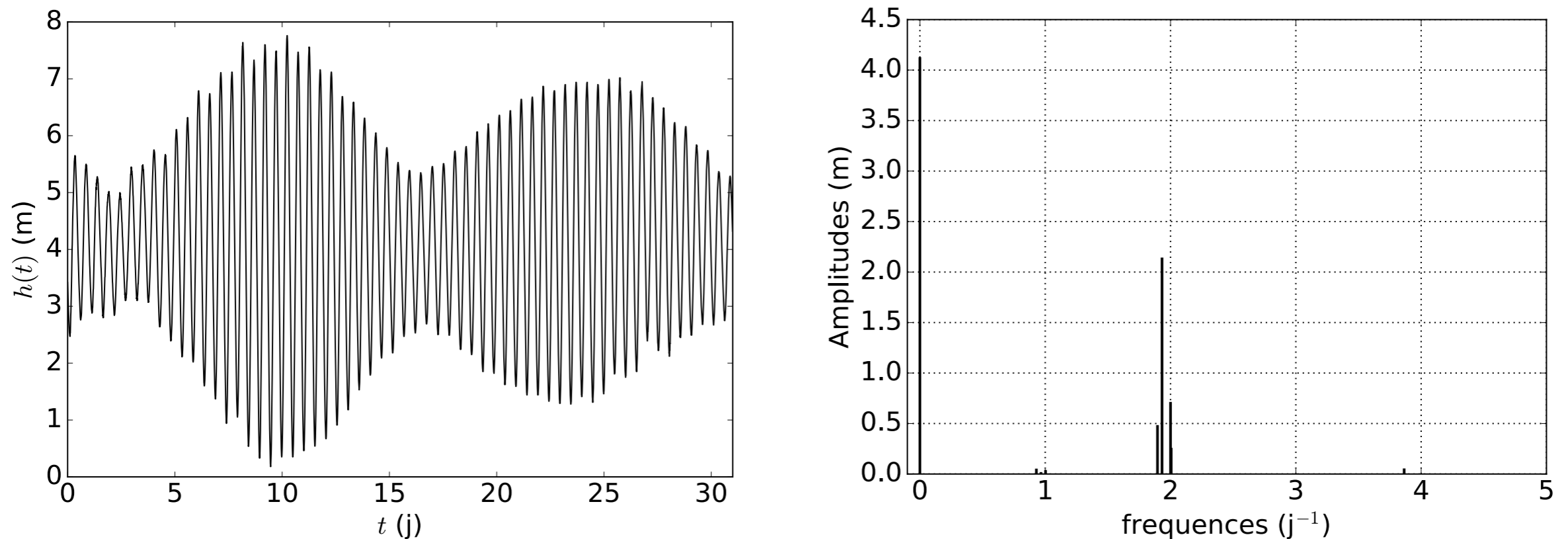
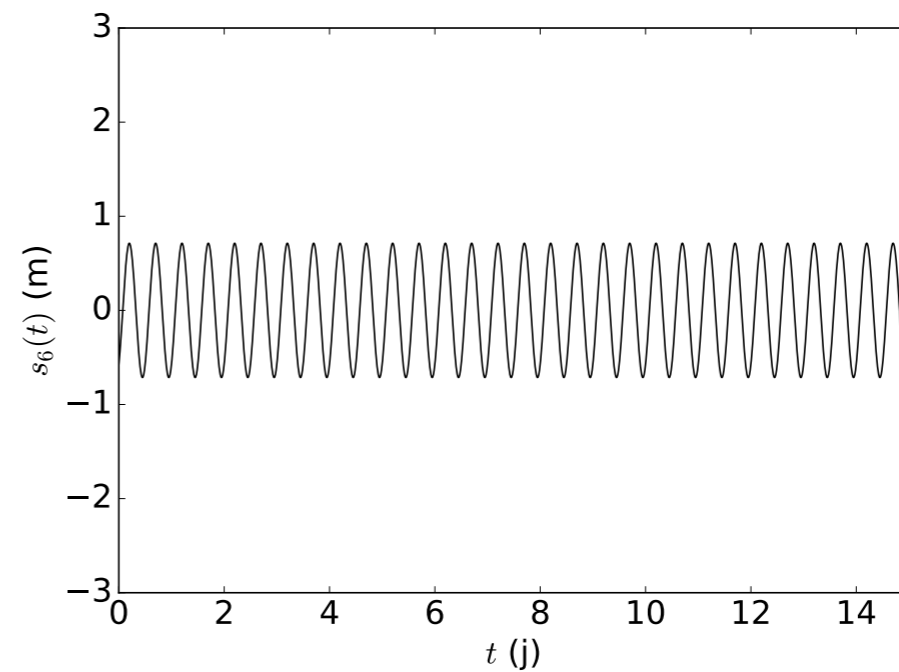
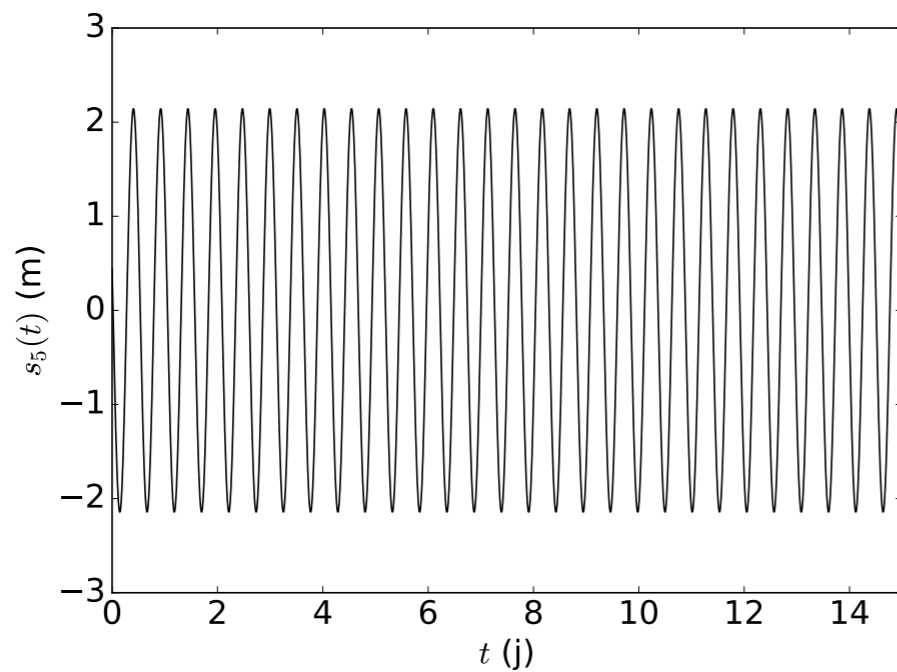
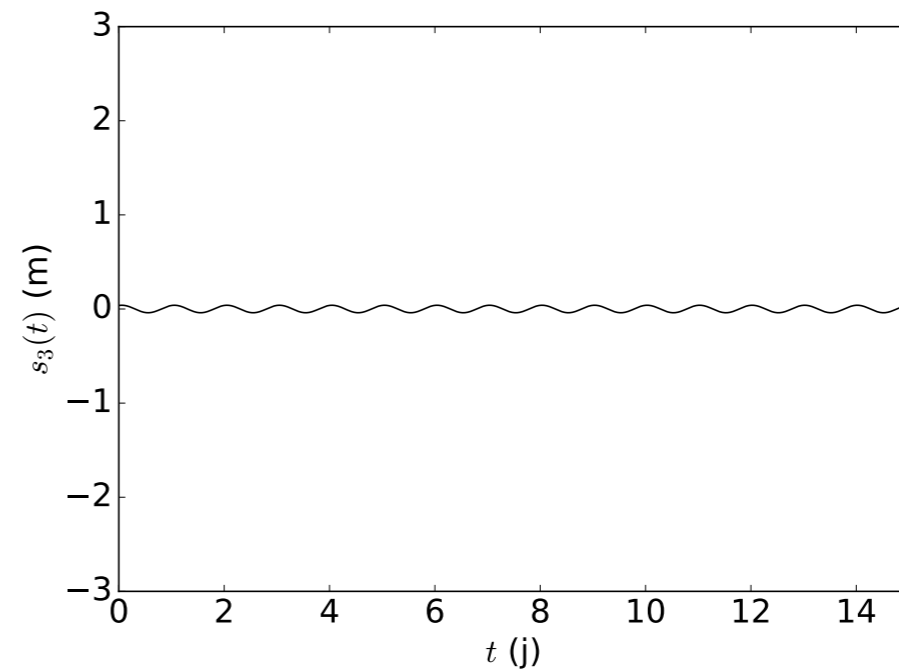
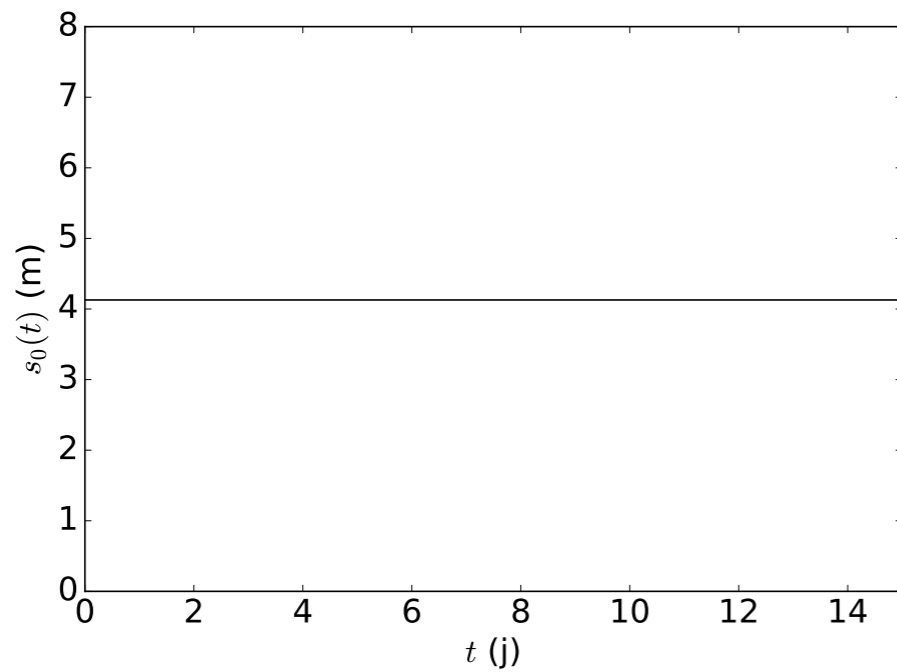


FIGURE 5: La marée dans le port de Brest et son spectrogramme d'amplitude.

Spectre : $\{f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6\} = \{0, 0.930, 0.966, 1.003, 1.896, 1.932, 2, 2.005, 3.865\}$
en jour⁻¹

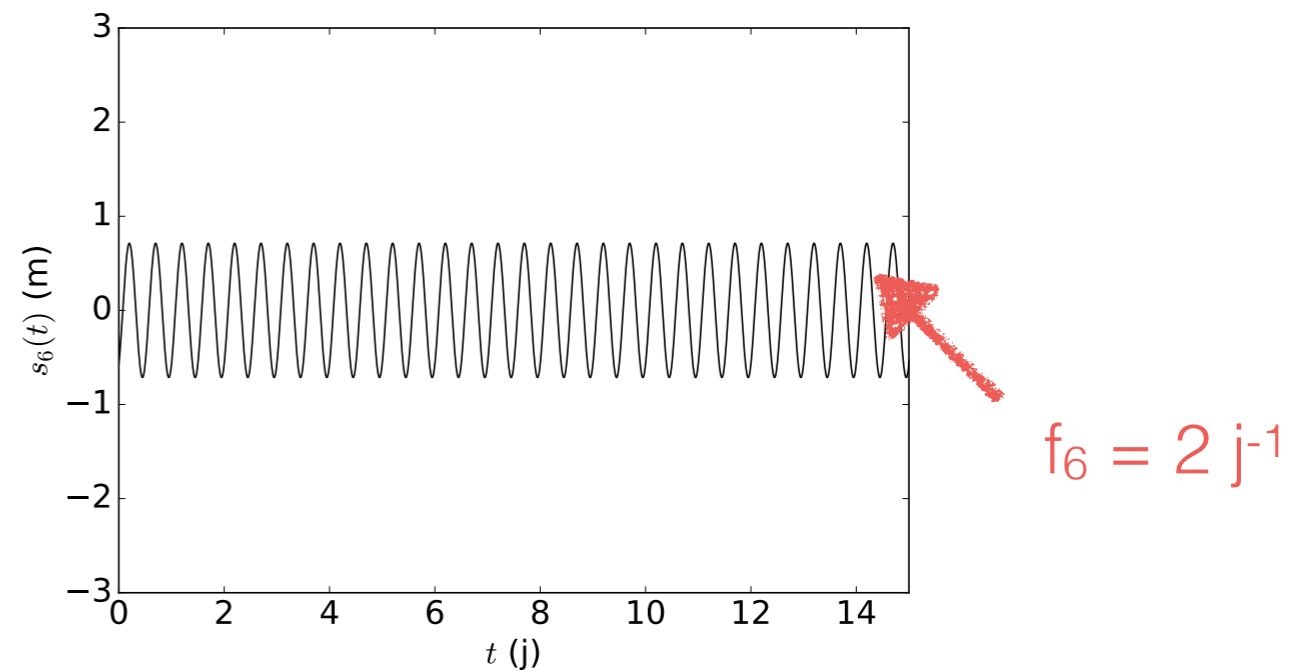
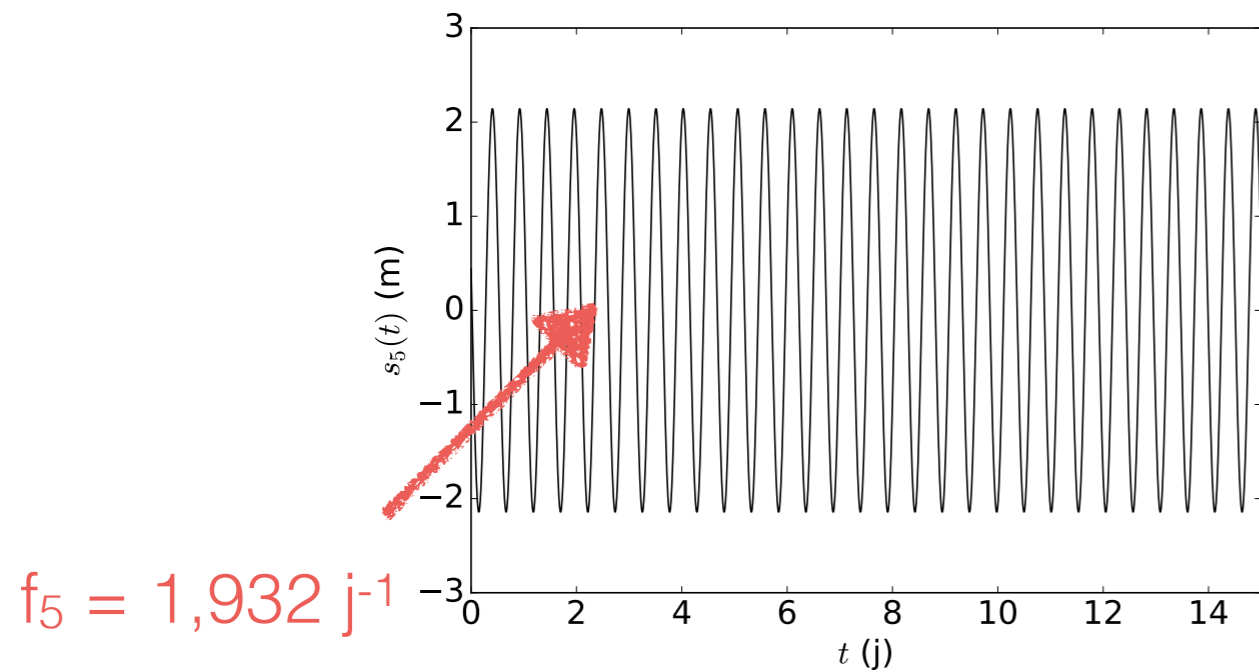
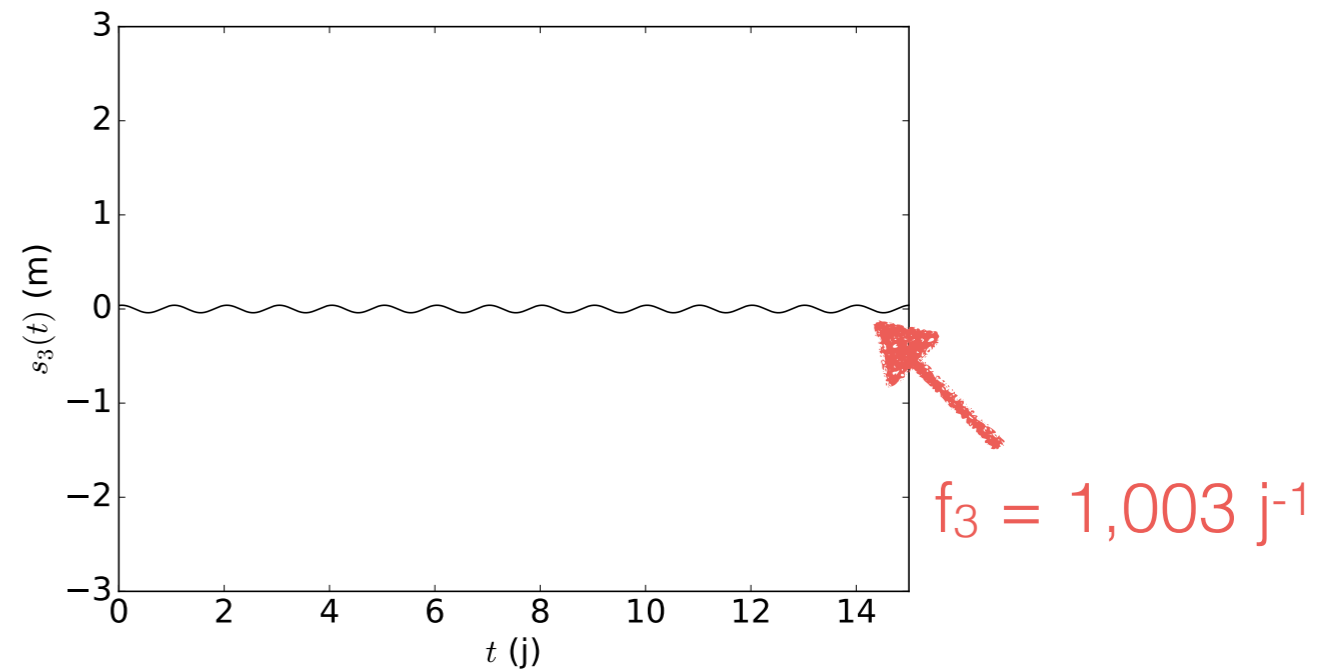
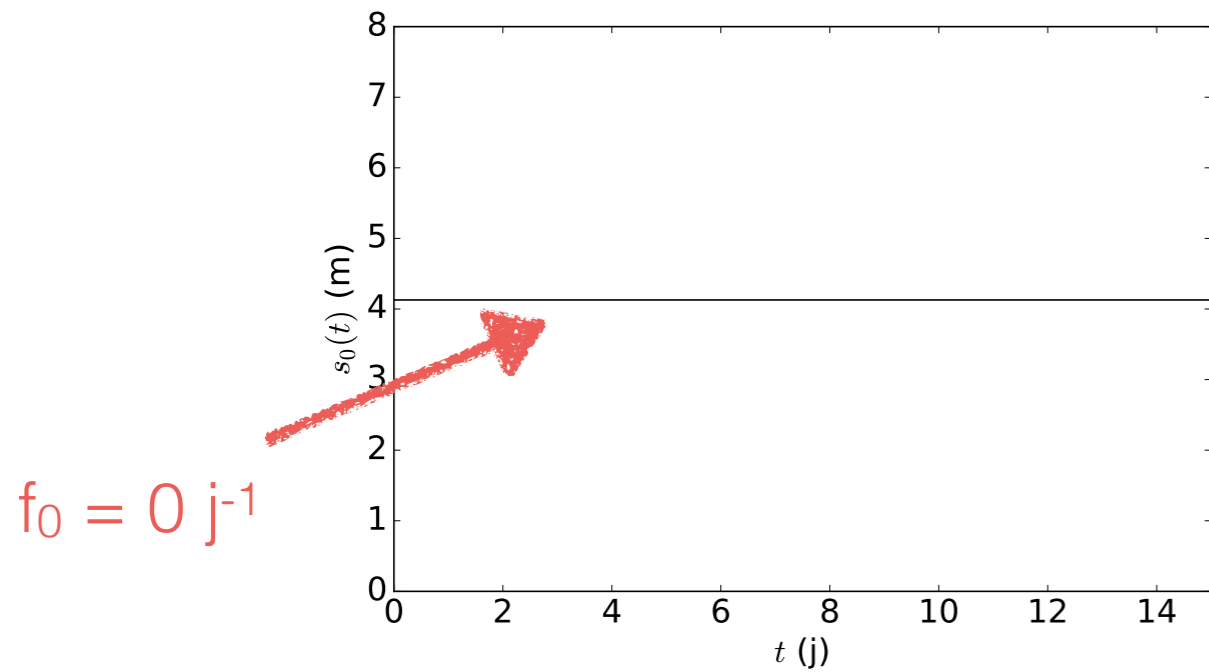
Spectres des signaux

Quelques composantes



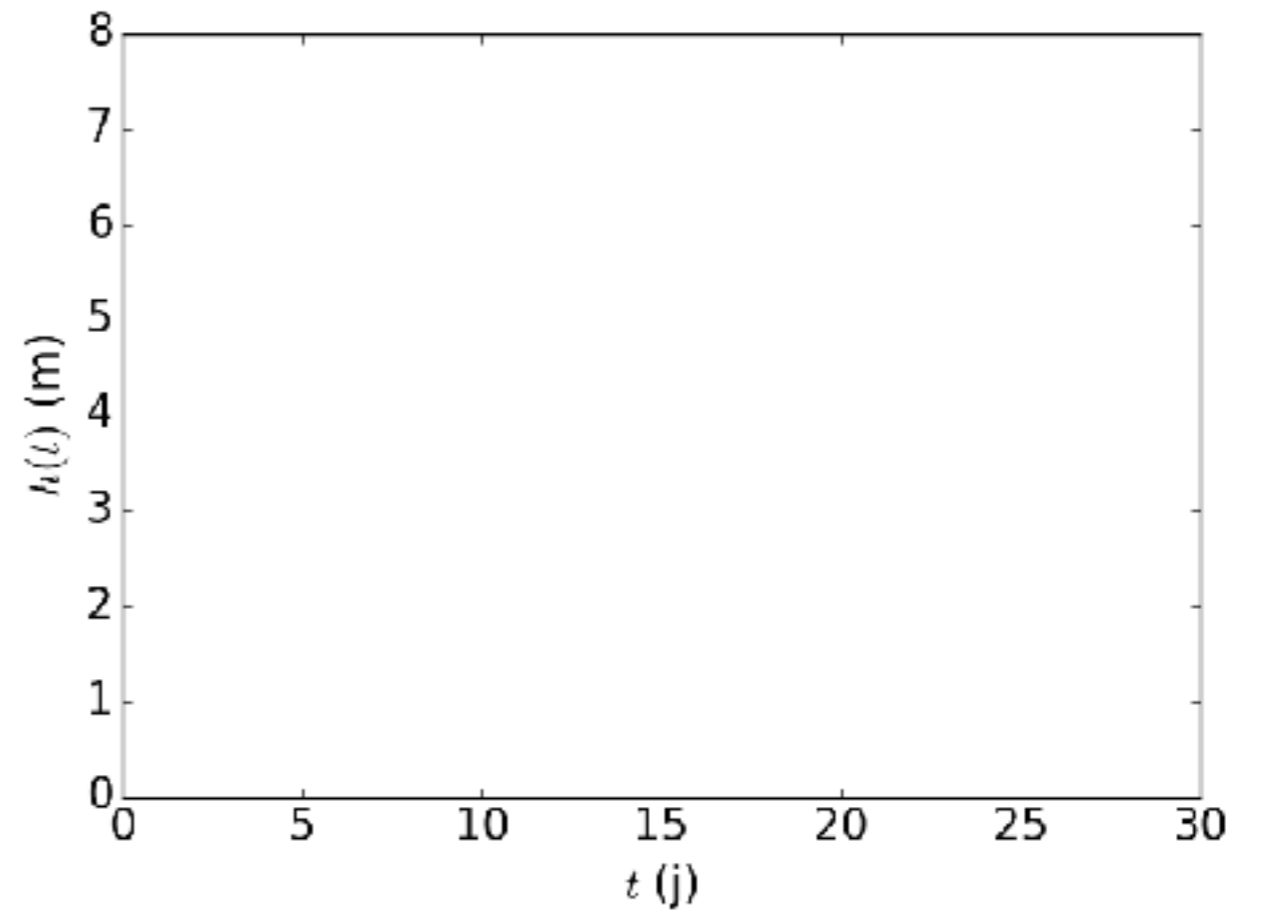
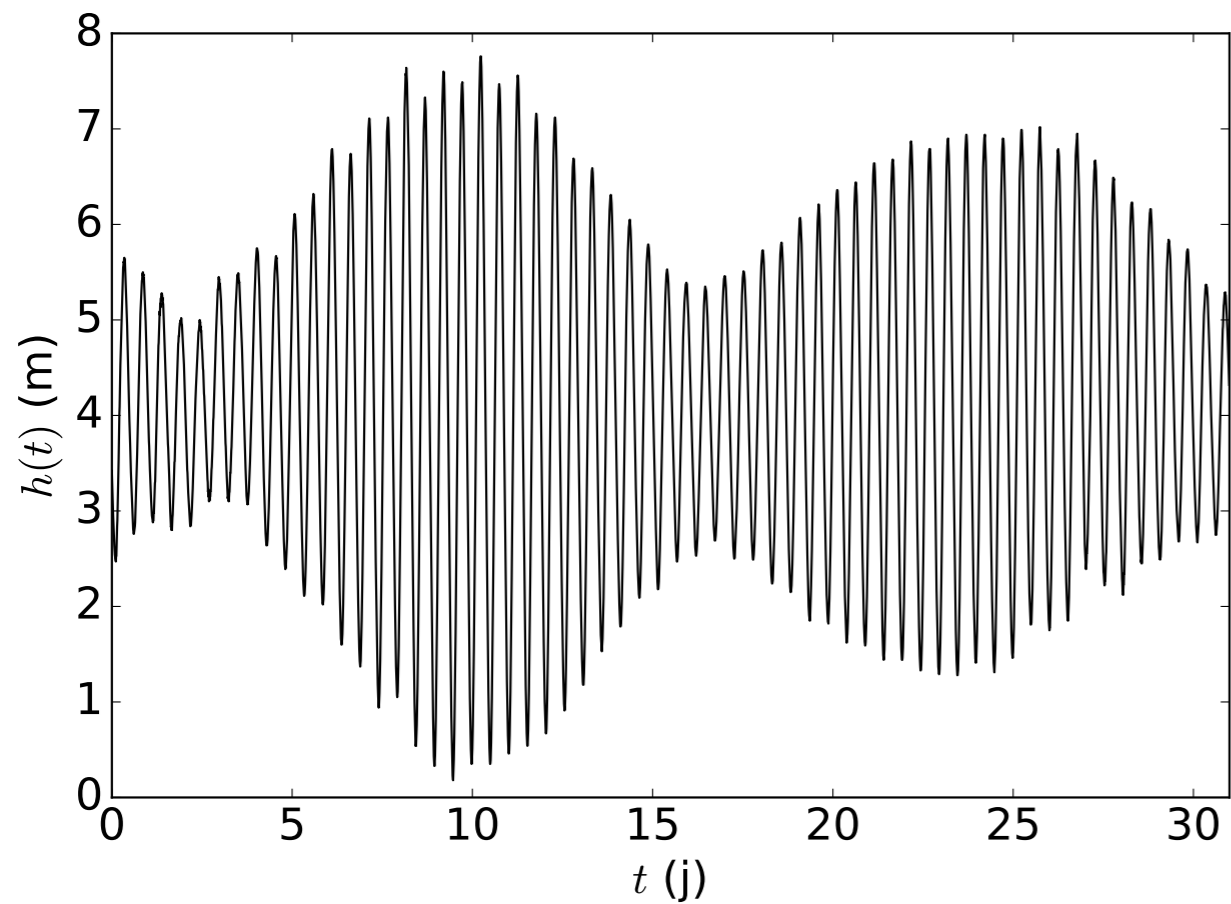
Spectres des signaux

Quelques composantes



Spectres des signaux

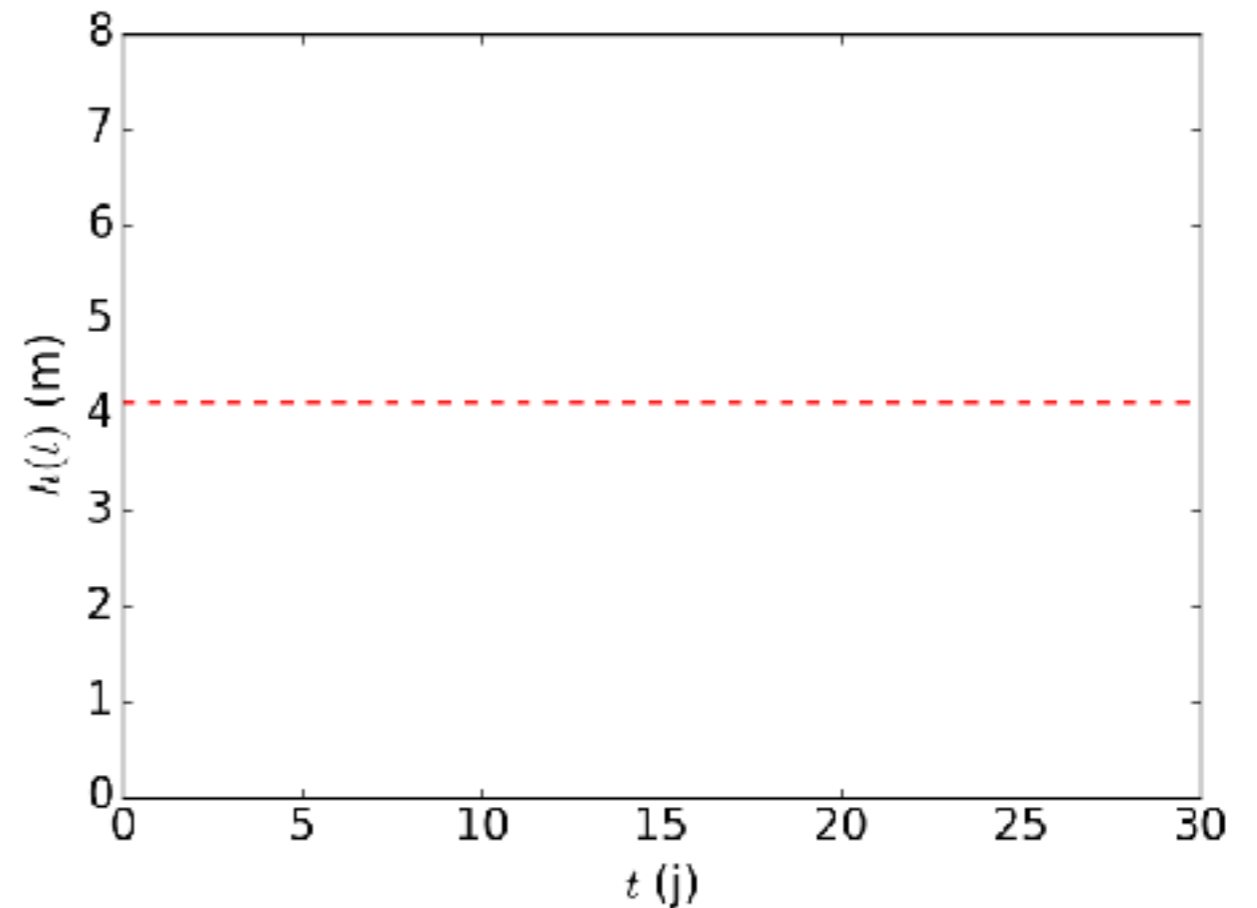
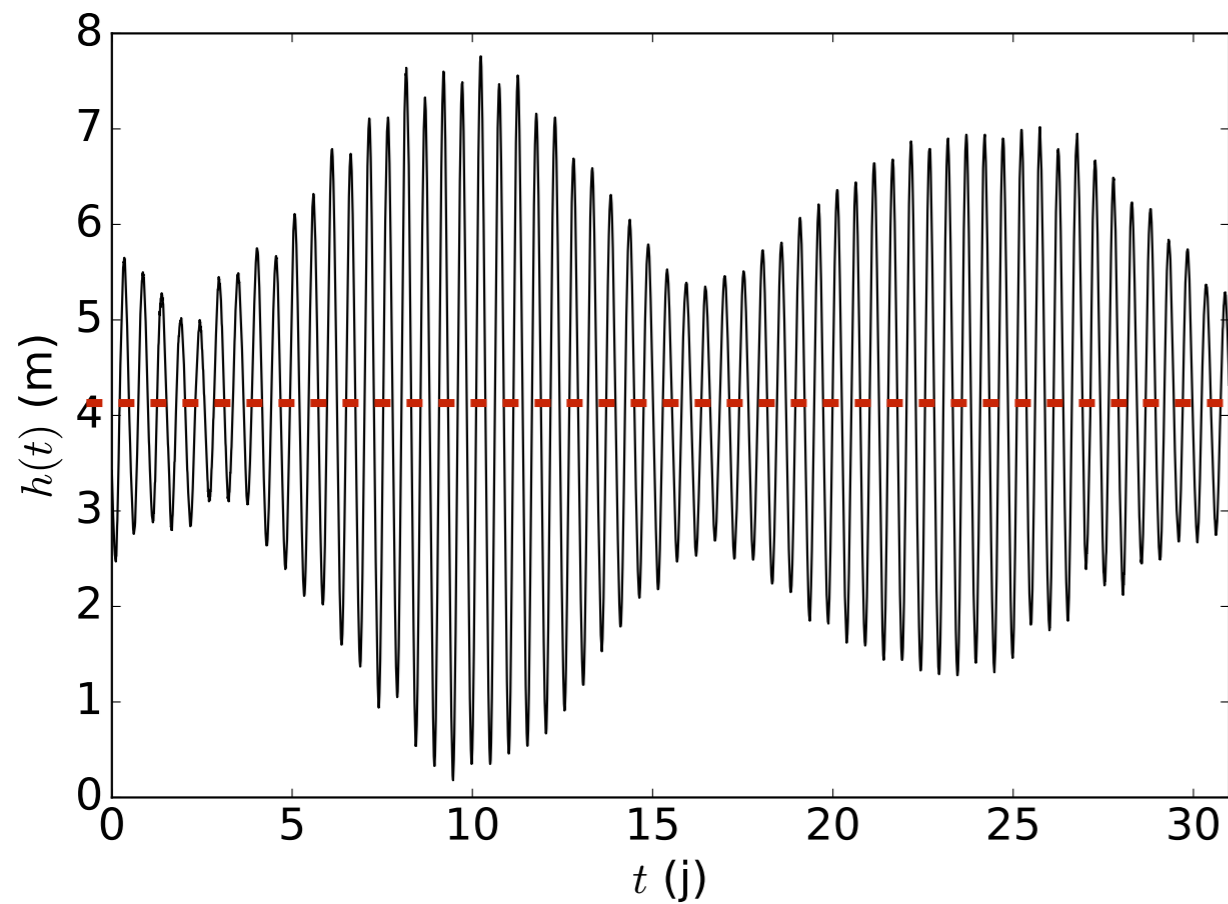
$$s(t) = \sum_i A_i \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) .$$



Spectres des signaux

$$s(t) = \sum_i A_i \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) .$$

$$h(t) = s_0$$

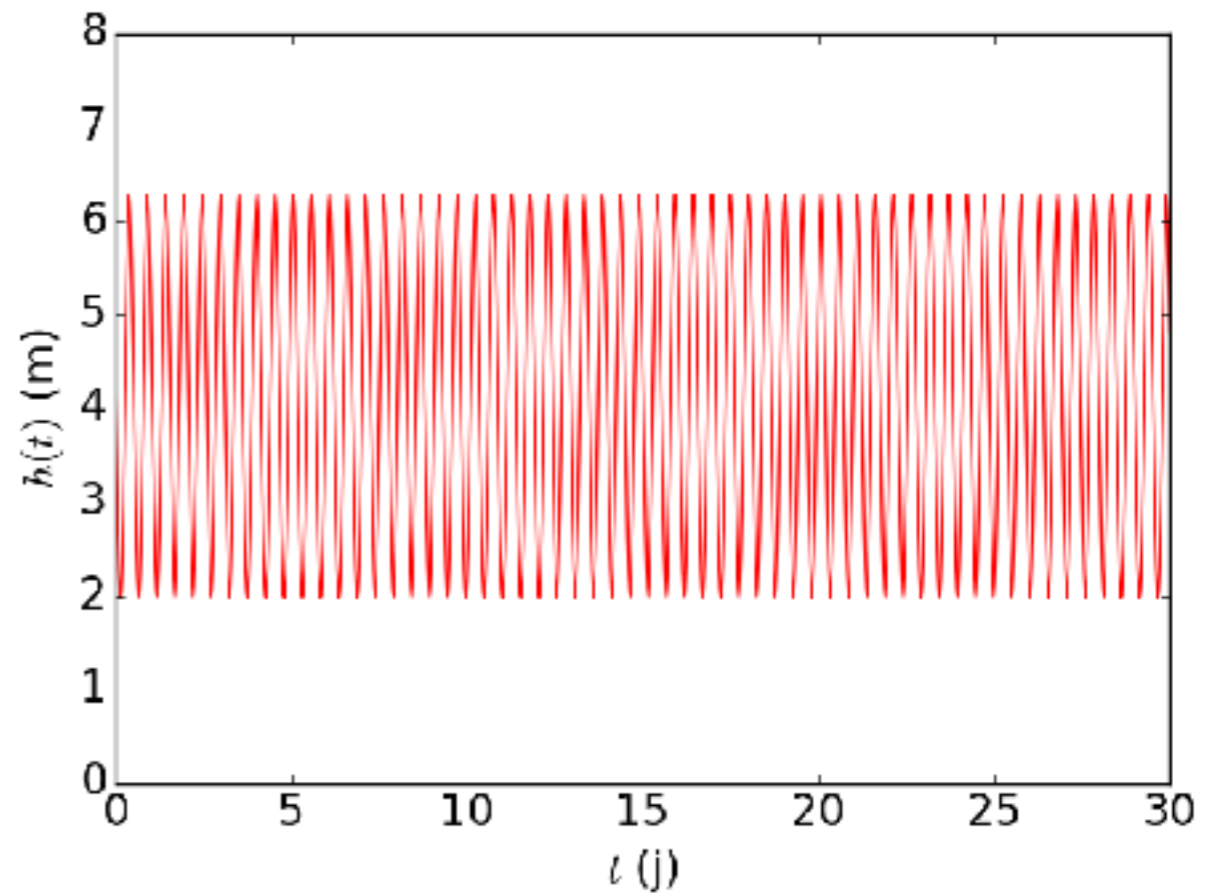
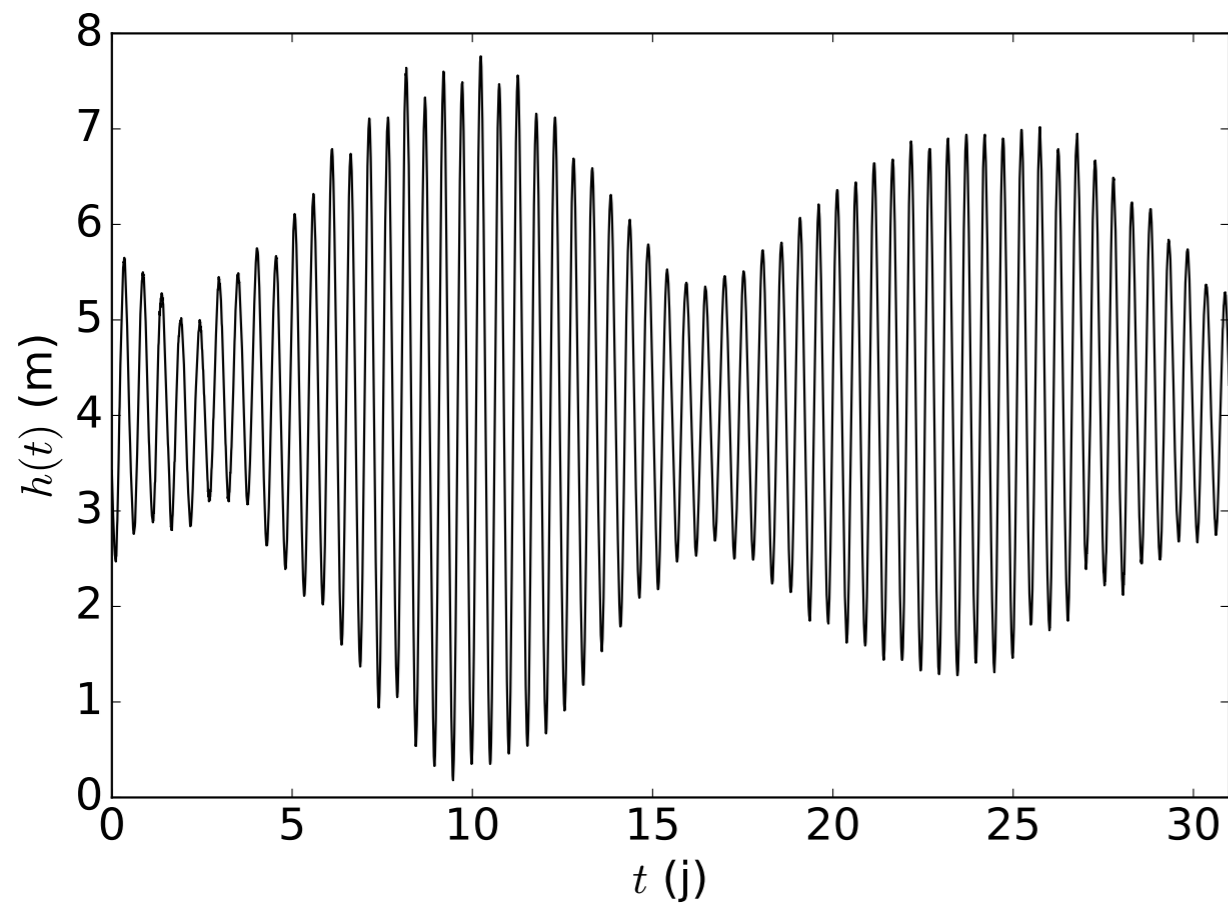


$f_0 = 0 \text{ j}^{-1}$ valeur moyenne

Spectres des signaux

$$s(t) = \sum_i A_i \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) .$$

$$h(t) = S_0 + S_5$$



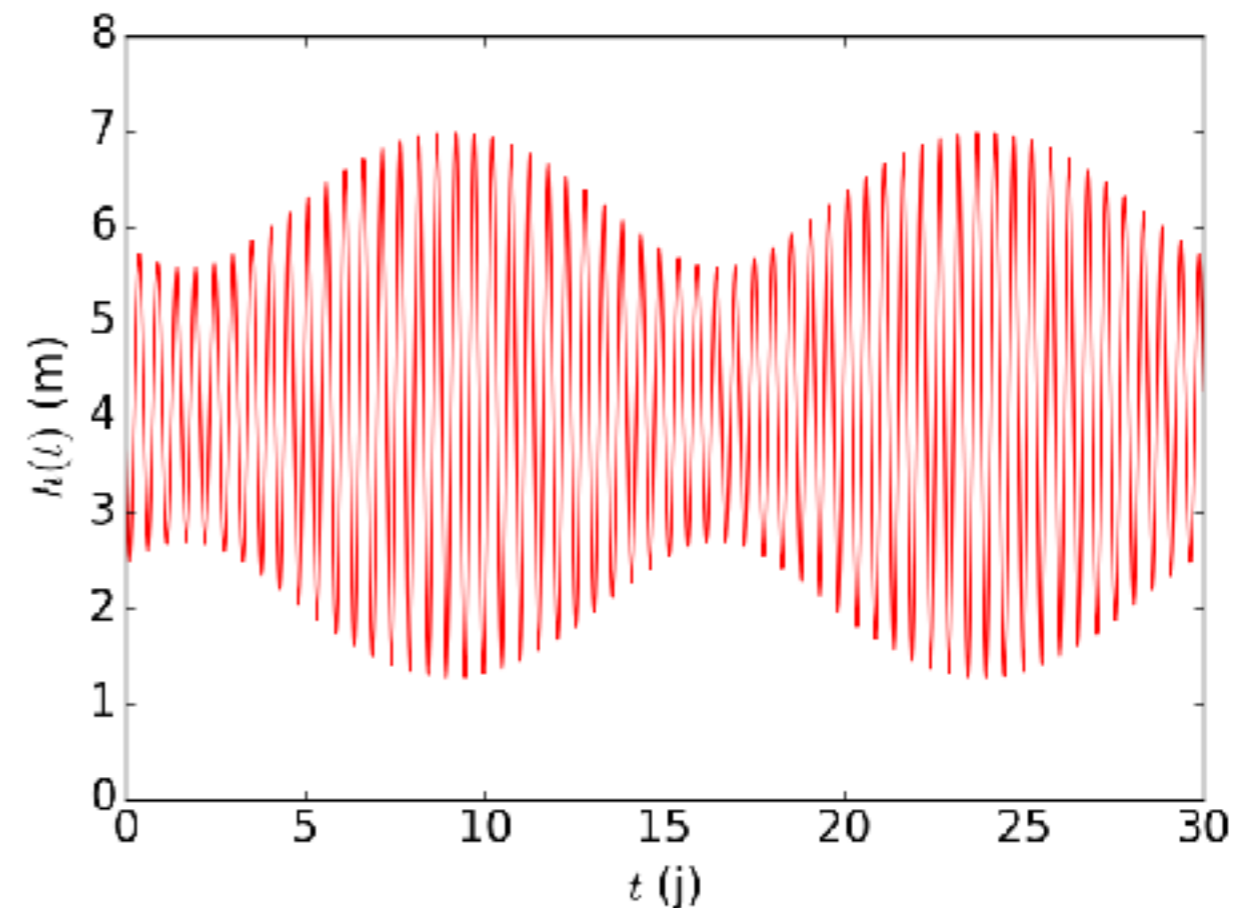
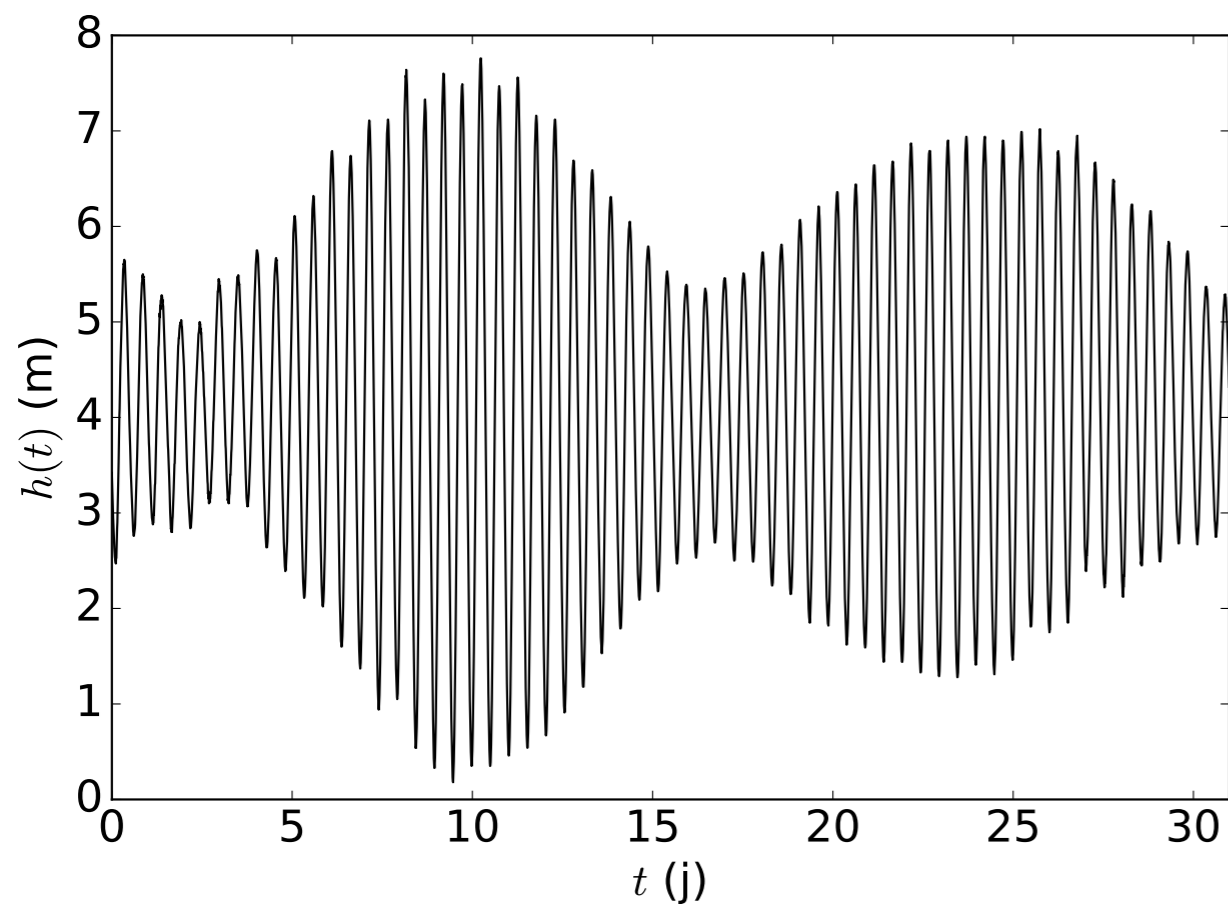
$$f_0 = 0 \text{ j}^{-1} \quad f_5 = 1,932 \text{ j}^{-1}$$

deux marées par jour environ (période 12h25min)

Spectres des signaux

$$s(t) = \sum_i A_i \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) .$$

$$h(t) = S_0 + S_5 + S_6$$



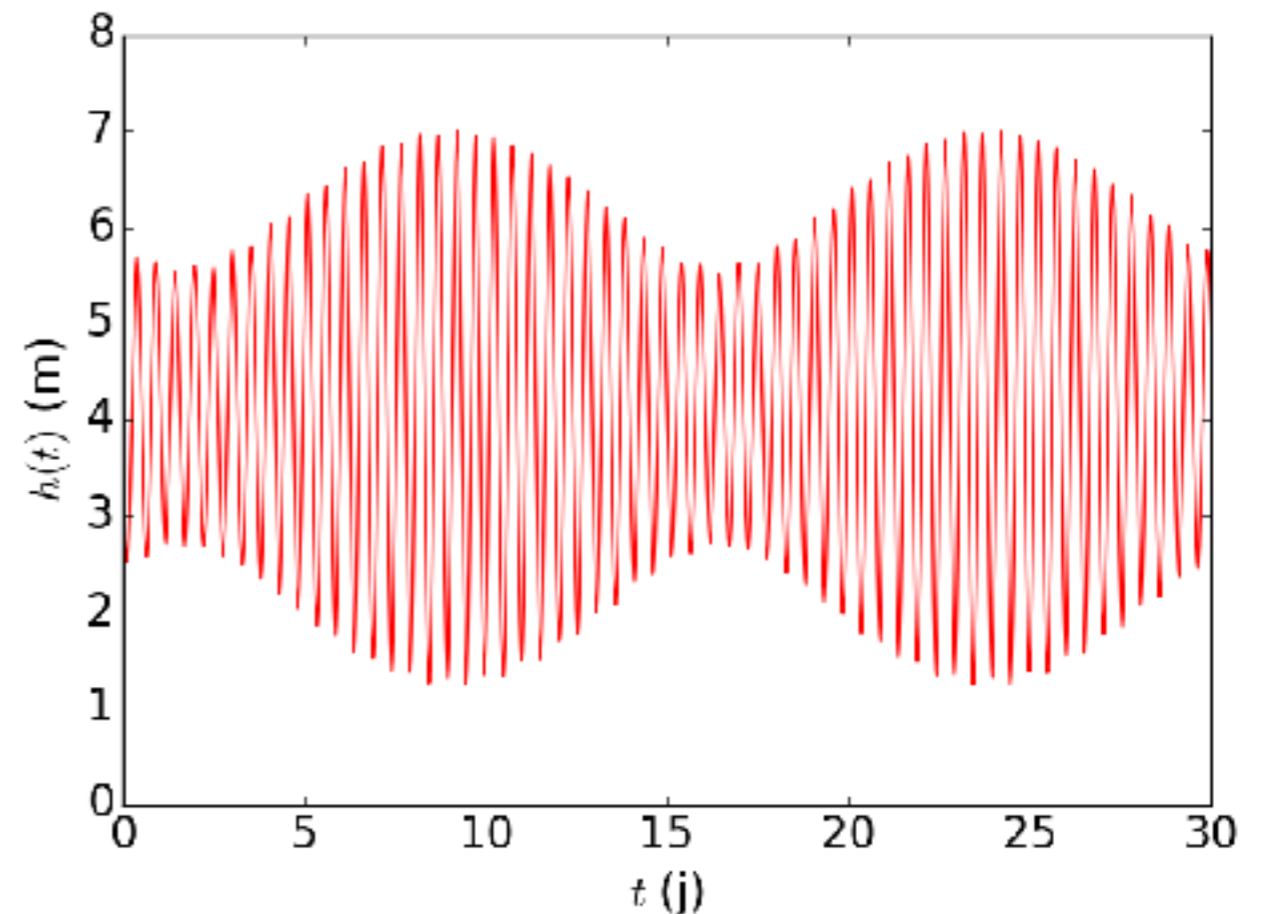
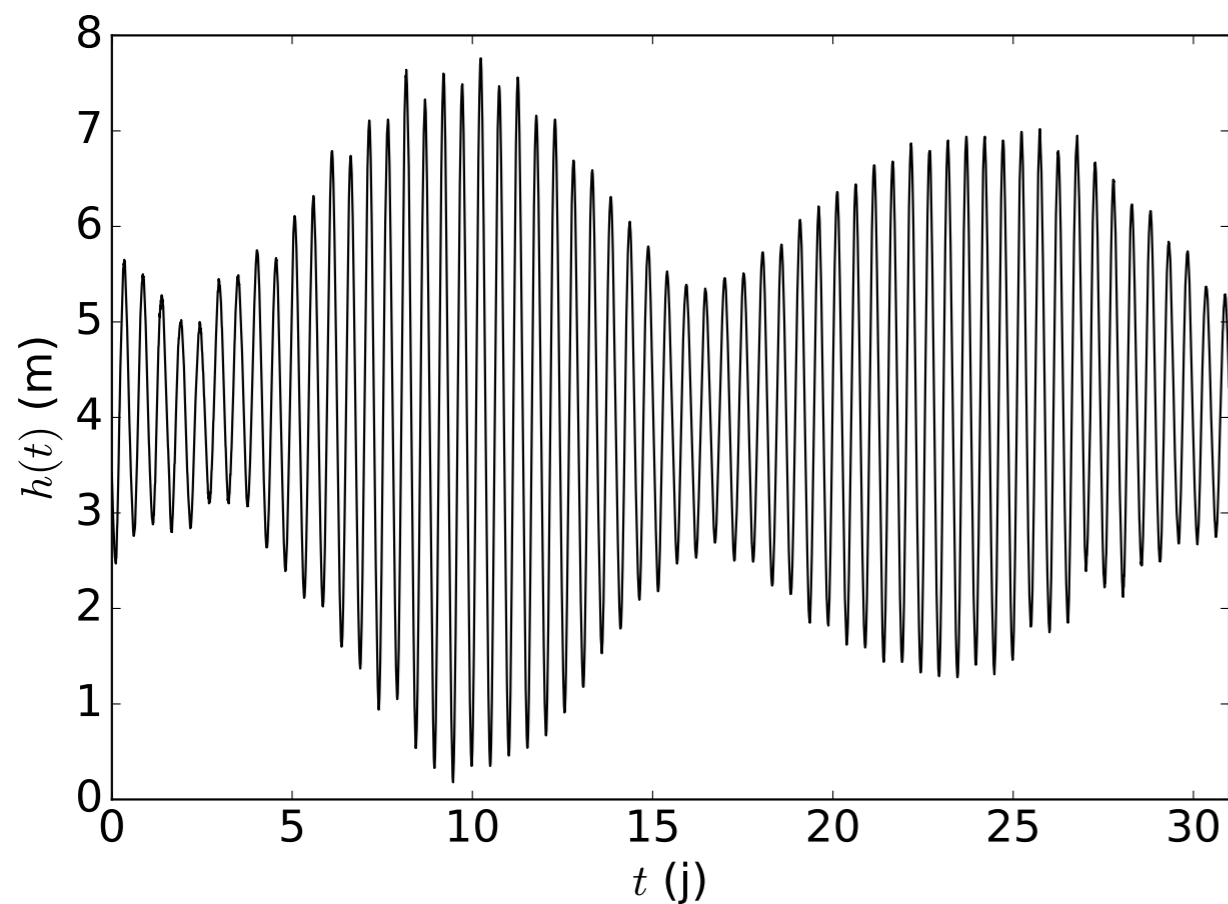
$$f_0 = 0 \text{ j}^{-1} \quad f_5 = 1,932 \text{ j}^{-1} \quad f_6 = 2 \text{ j}^{-1}$$

Battements (période 14 j environ)

Spectres des signaux

$$s(t) = \sum_i A_i \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) .$$

$$h(t) = S_0 + S_5 + S_6 + S_3$$



$$f_0 = 0 \text{ j}^{-1}$$

$$f_5 = 1,932 \text{ j}^{-1}$$

$$f_6 = 2 \text{ j}^{-1}$$

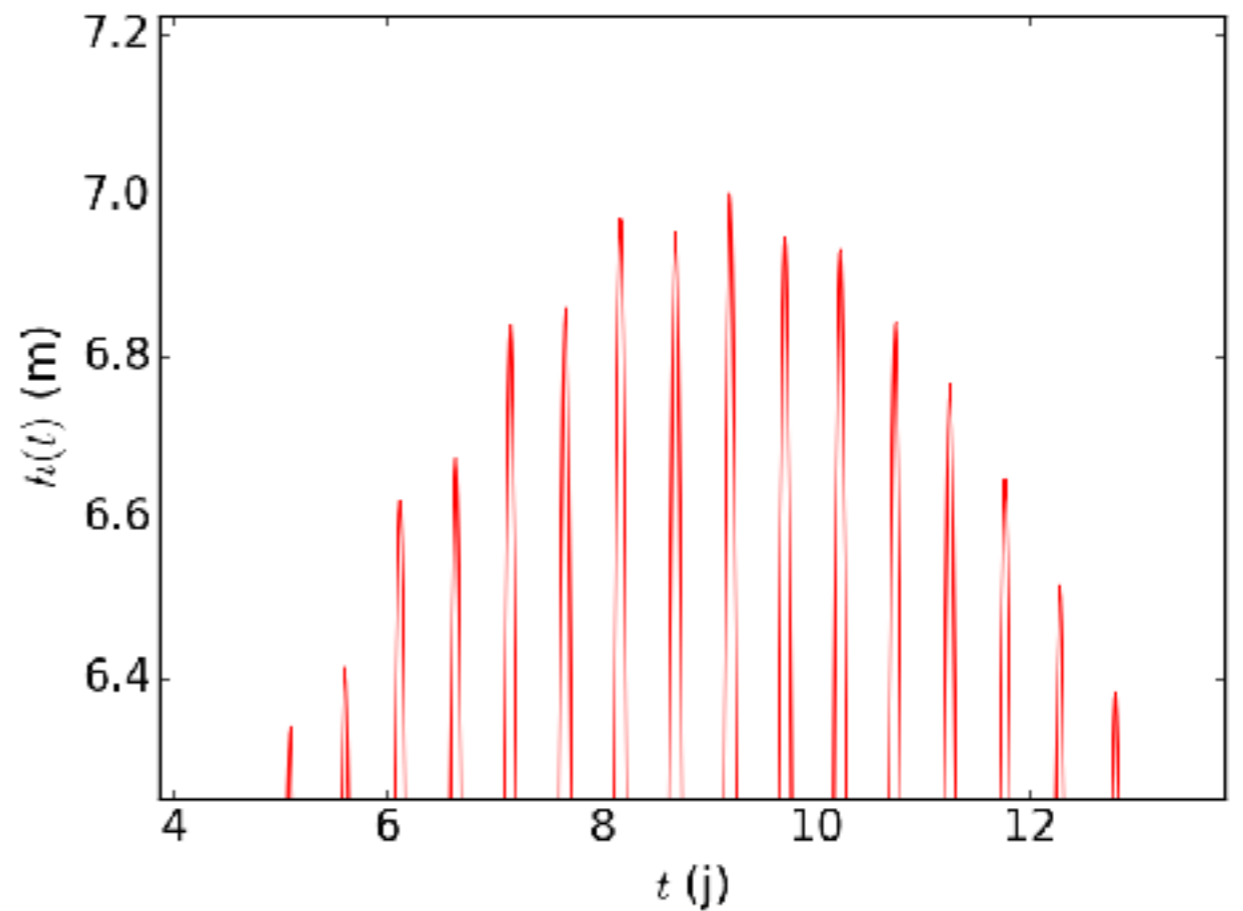
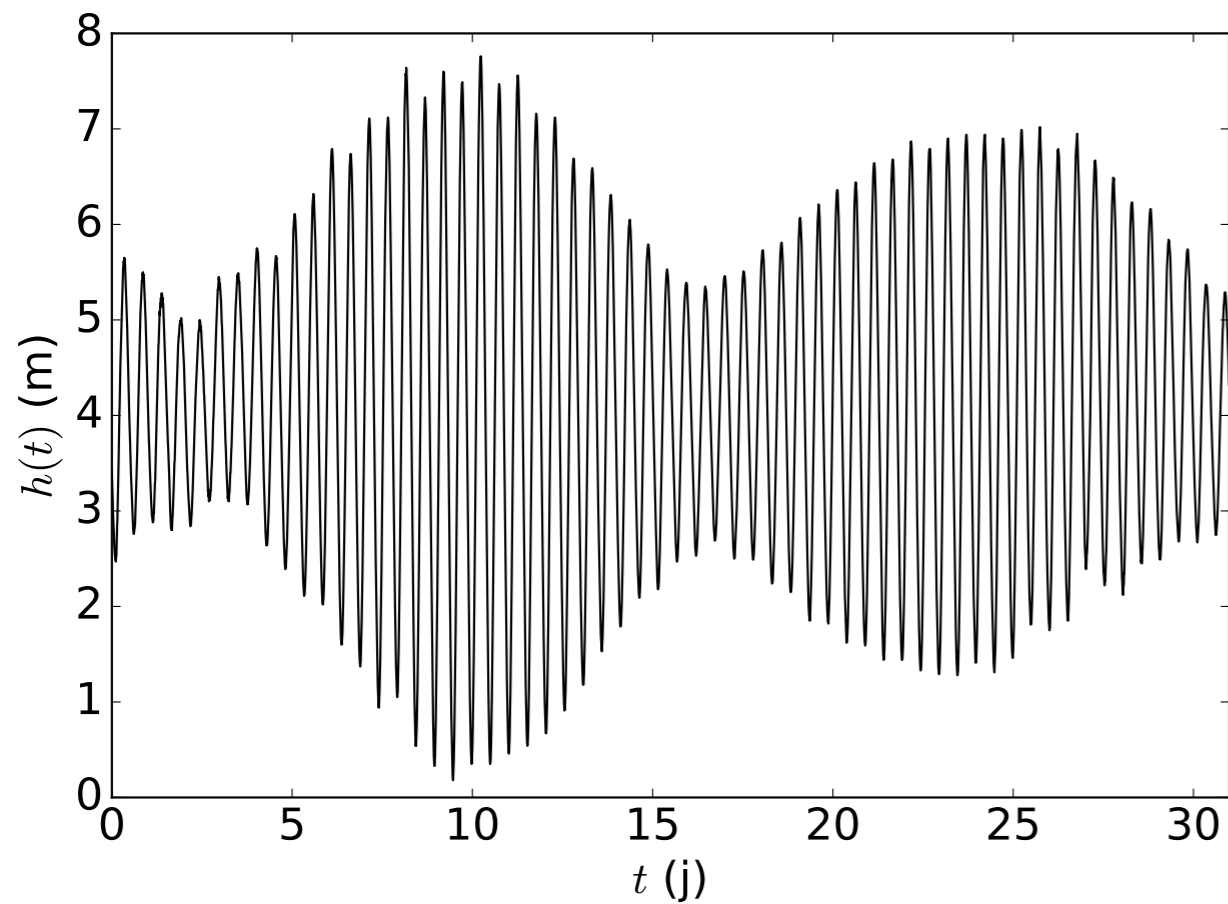
$$f_3 = 1,003 \text{ j}^{-1}$$

variation journalière
(période 24h environ)

Spectres des signaux

$$s(t) = \sum_i A_i \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) .$$

$$h(t) = S_0 + S_5 + S_6 + S_3$$



$$f_0 = 0 \text{ j}^{-1}$$

$$f_5 = 1,932 \text{ j}^{-1}$$

$$f_6 = 2 \text{ j}^{-1}$$

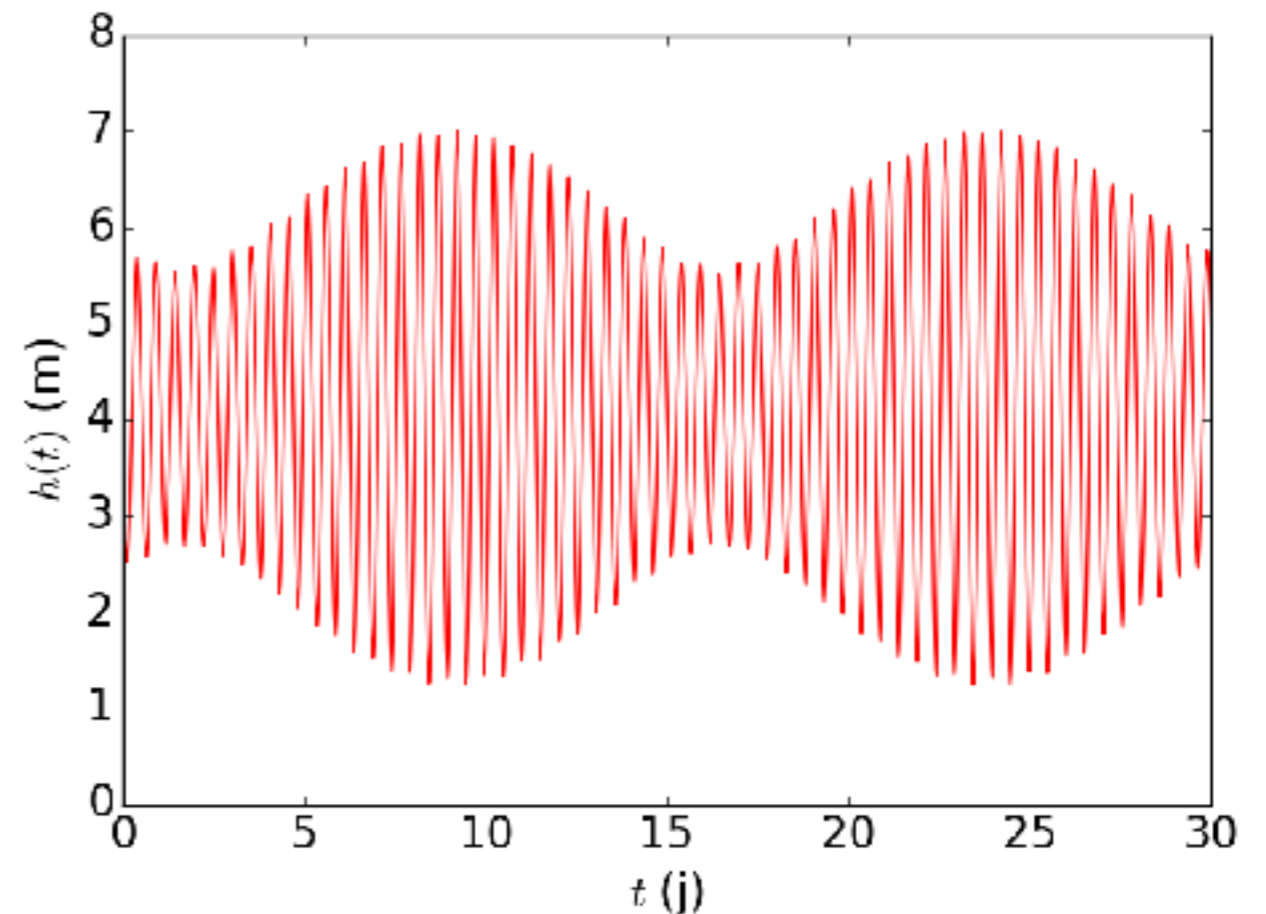
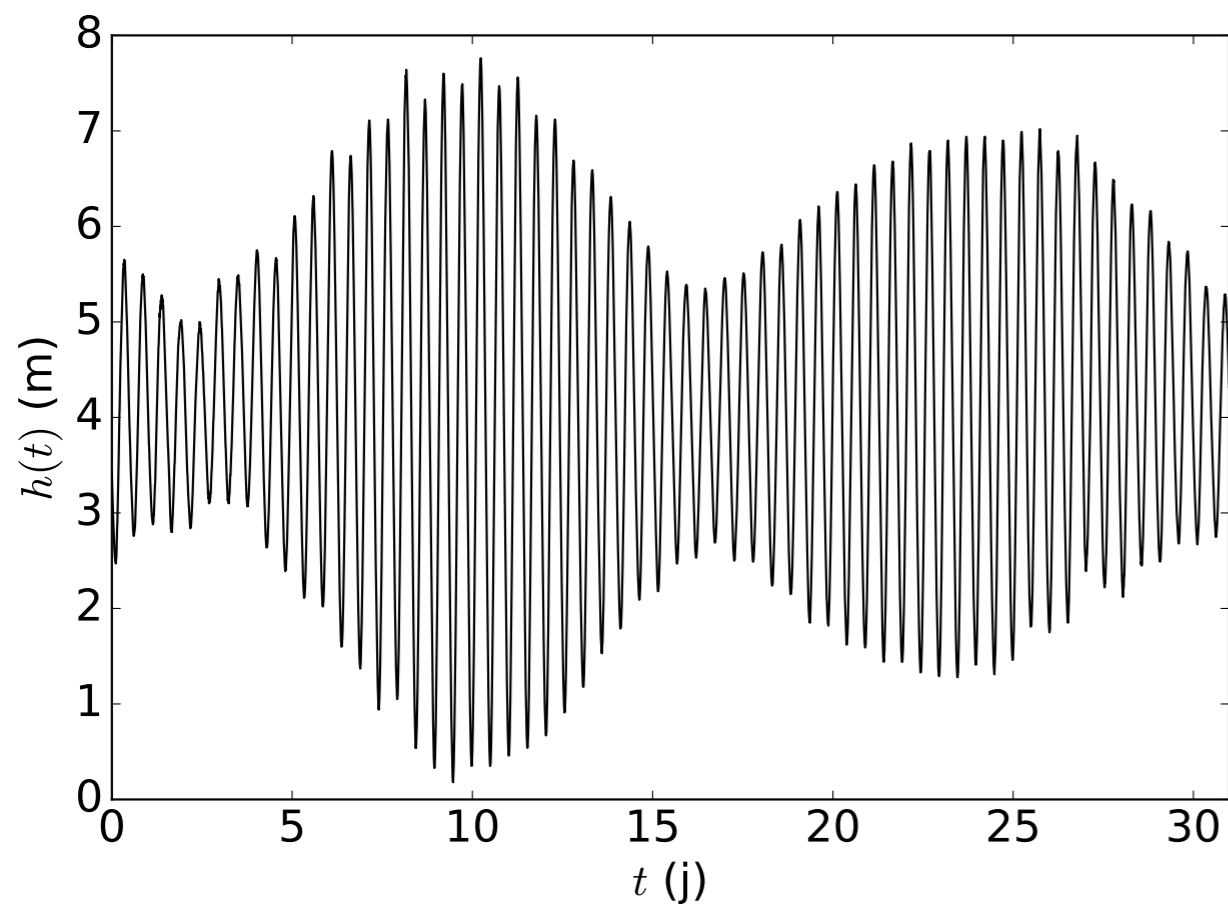
$$f_3 = 1,003 \text{ j}^{-1}$$

variation journalière
(période 24h environ)

Spectres des signaux

$$s(t) = \sum_i A_i \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) .$$

$$h(t) = S_0 + S_5 + S_6 + S_3$$



$$f_0 = 0 \text{ j}^{-1}$$

$$f_5 = 1,932 \text{ j}^{-1}$$

$$f_6 = 2 \text{ j}^{-1}$$

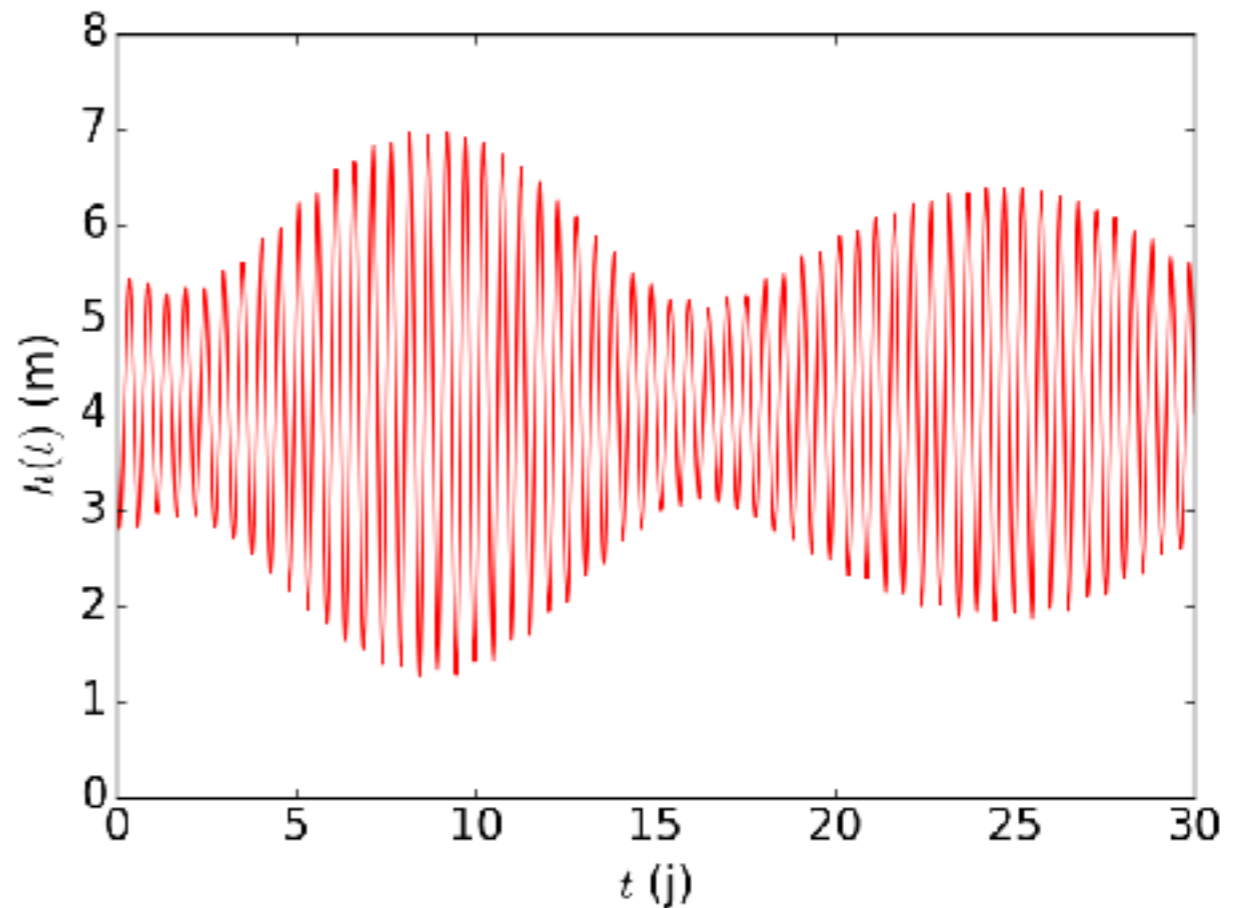
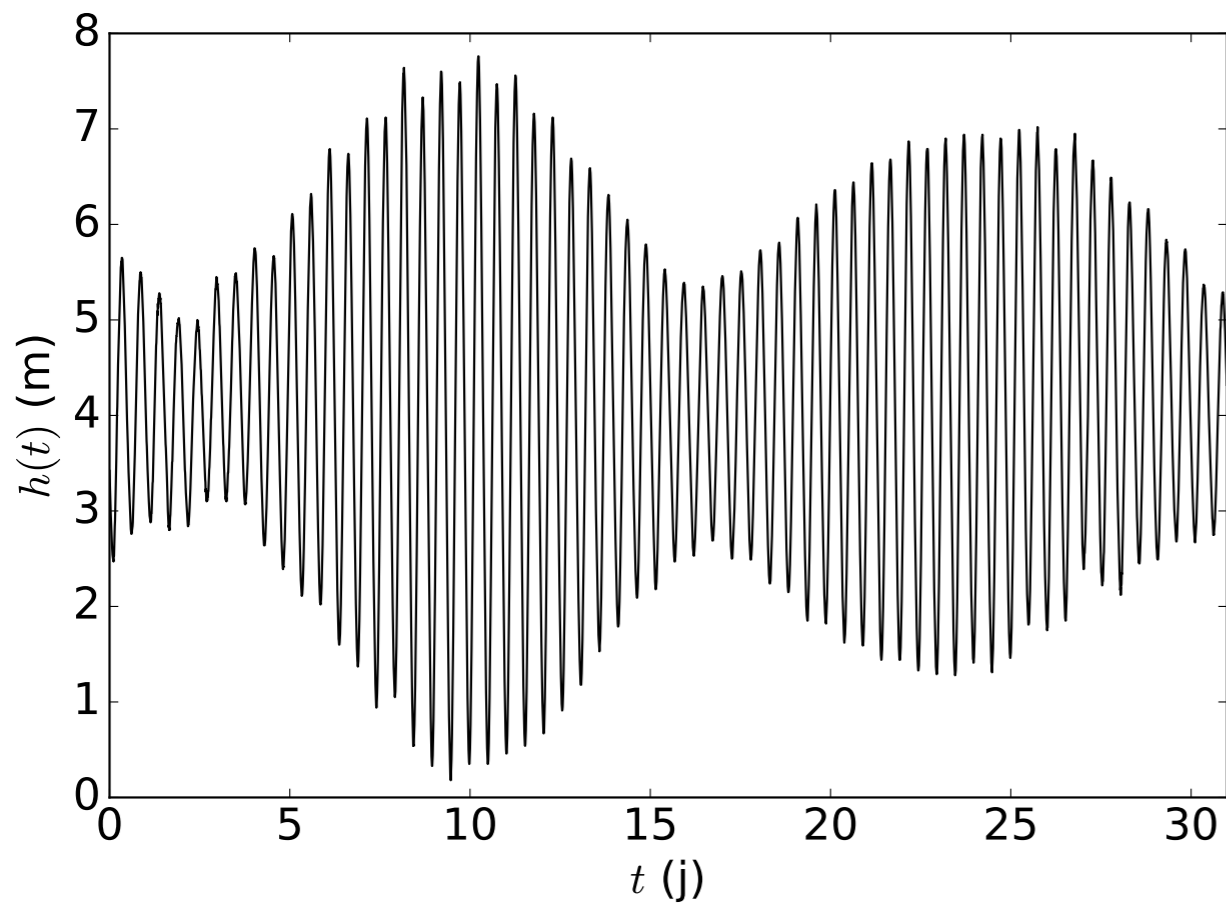
$$f_3 = 1,003 \text{ j}^{-1}$$

variation journalière
(période 24h environ)

Spectres des signaux

$$s(t) = \sum_i A_i \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) .$$

$$h(t) = S_0 + S_5 + S_6 + S_3 + S_4$$



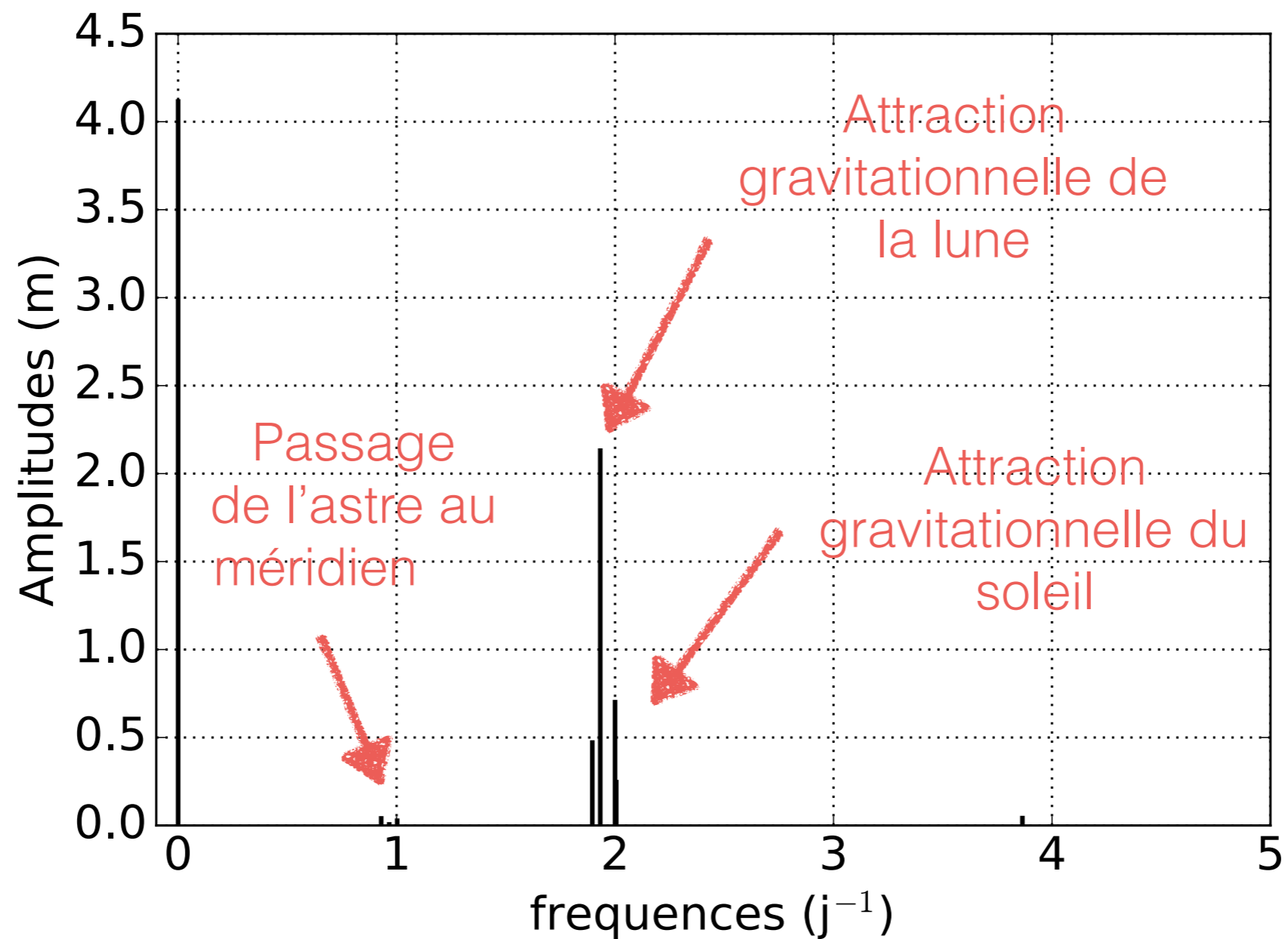
$$f_0 = 0 \text{ j}^{-1} \quad f_5 = 1,932 \text{ j}^{-1} \quad f_6 = 2 \text{ j}^{-1}$$

$$f_3 = 1,003 \text{ j}^{-1} \quad f_4 = 1,896 \text{ j}^{-1}$$

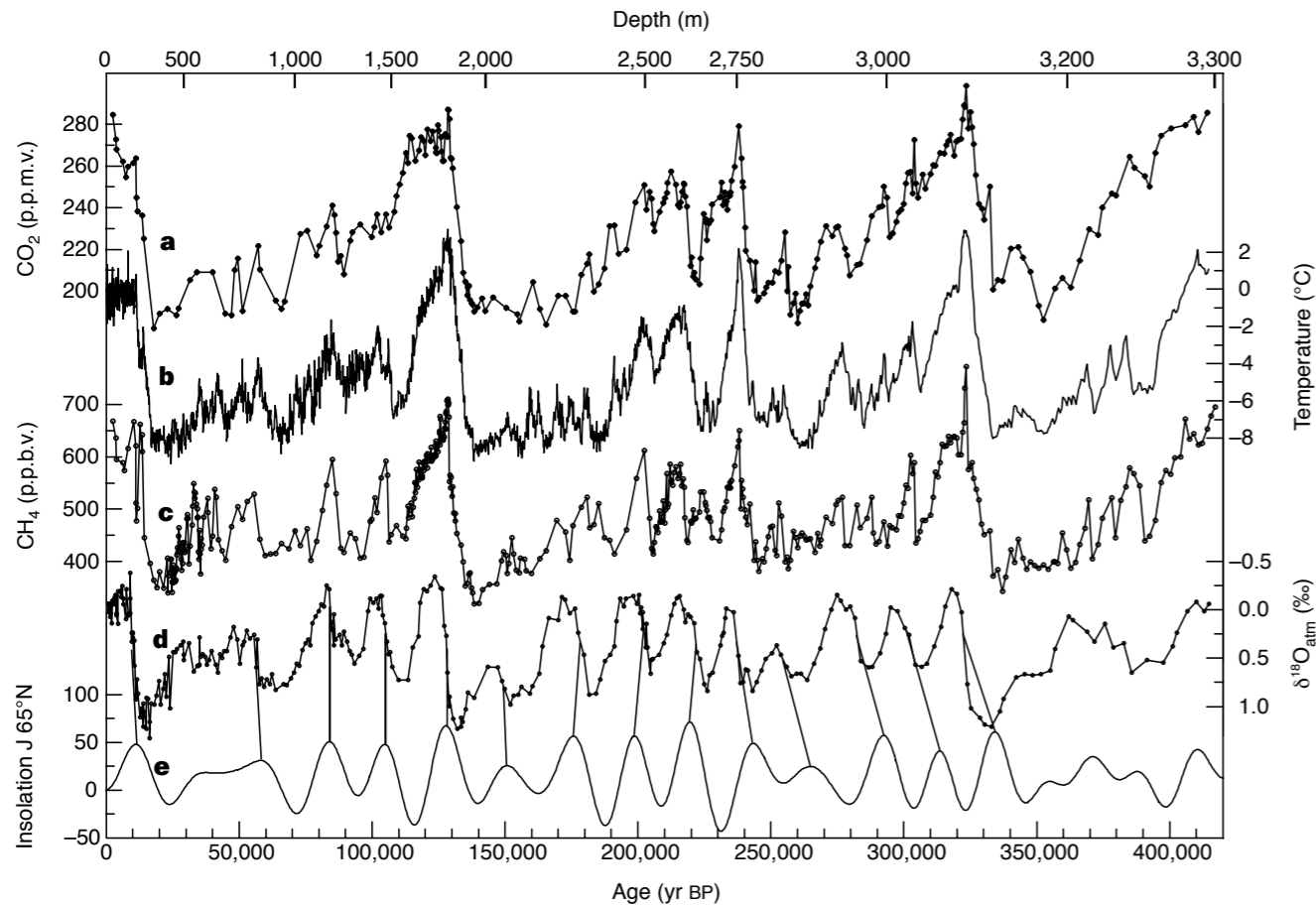
variation avec période de 1
mois environ

Spectres des signaux

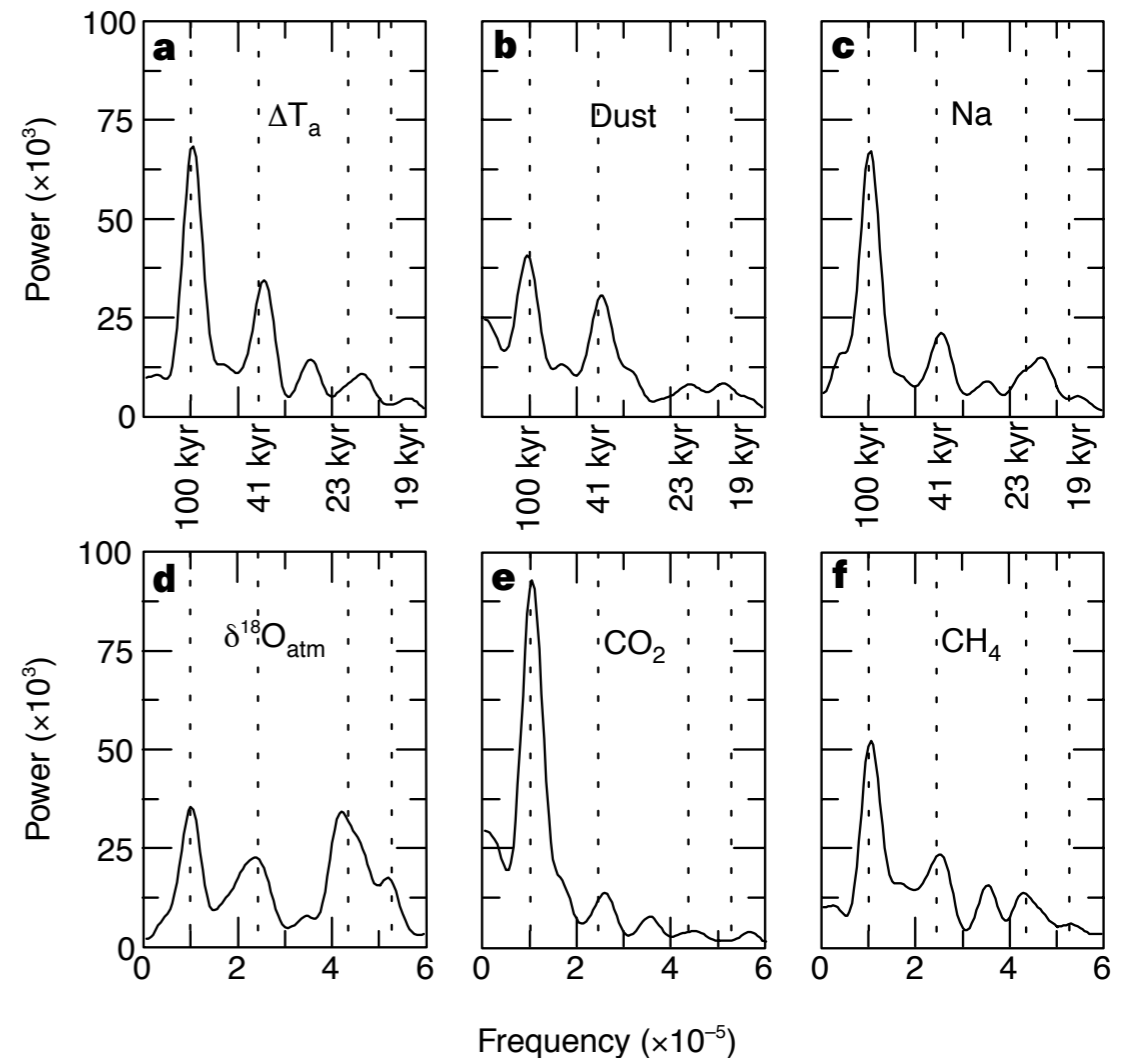
Interprétation du spectre



Influence de la durée d'enregistrement



Résolution assez faible ...



Mais des informations remarquables

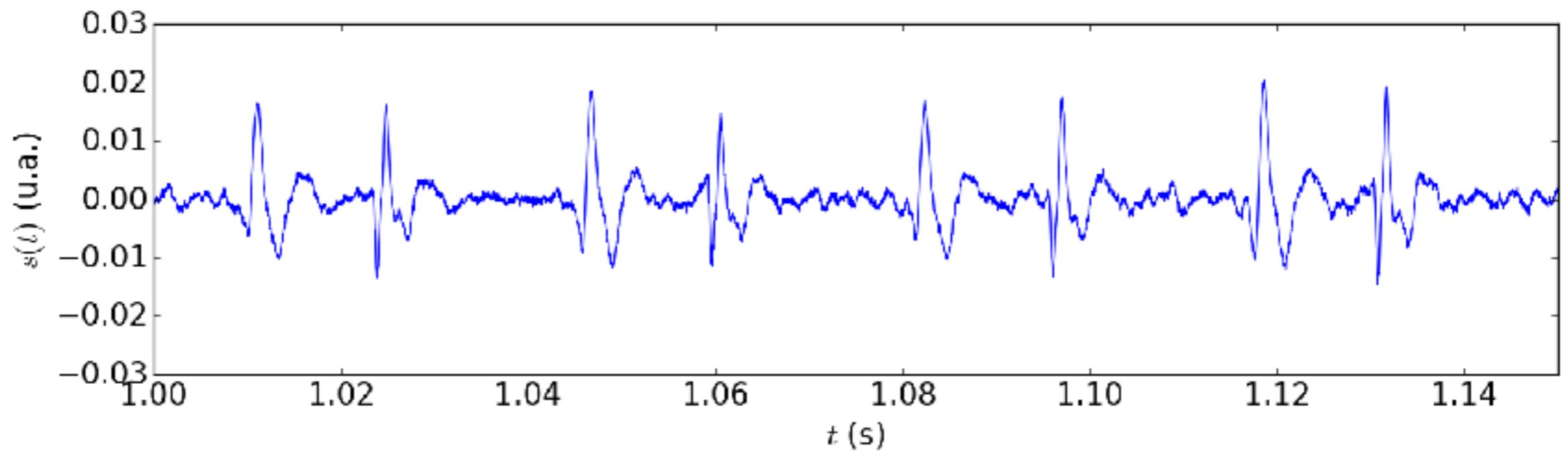
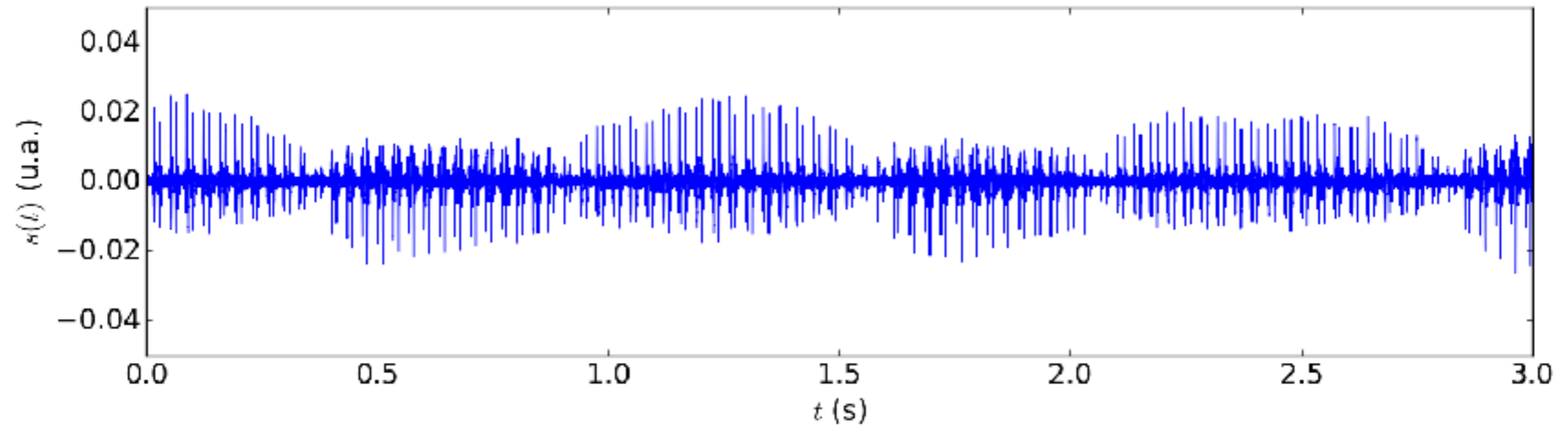
23 000 ans: précession de l'axe de rotation de la Terre

41 000 ans: variation de l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre

100 000 ans: variation de l'excentricité de l'orbite

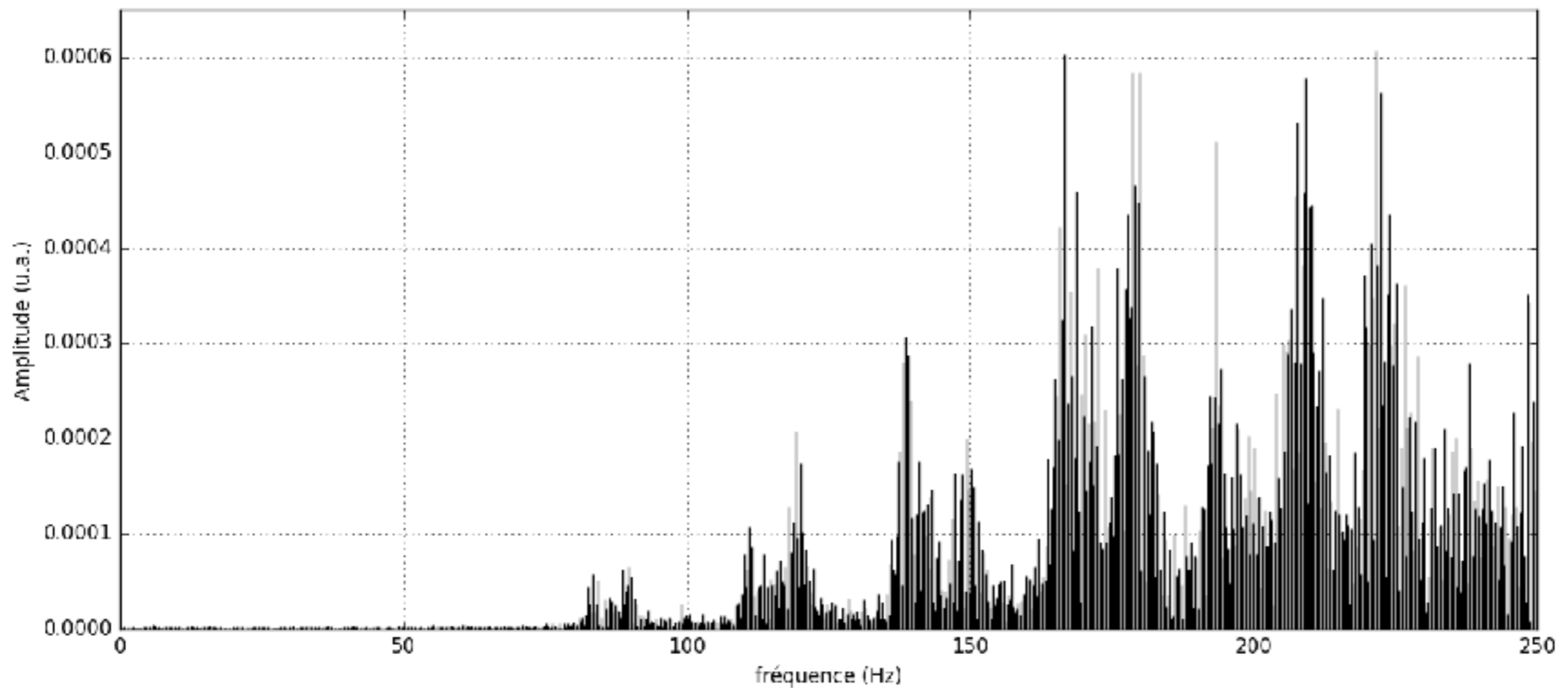
Bonus : signal mystère

Signal acoustique



Bonus : signal mystère

Signal acoustique



Bonus : signal mystère

Signal acoustique : ronronnement !

