Exo 7 Mouvement d'une hélice.

1) On se place dans le référentiel lié à l'axe de l'hélice. L'hélice est en rotation autour de l'axe (Oz) à la vitesse angulaire ω.

On repère la position de l'hélice par l'angle θ que fait le vecteur $\vec{OM}$ avec $\vec{u}_x$ ds le plan (Oxy).

Ainsi $\ddot{\theta} = \dot{\omega} = cste$

Posons $\dot{\omega} = -\lambda$ avec $\lambda > 0$ pour modéliser la décélération

$\ddot{\theta}(t) = -\lambda \Rightarrow \dot{\theta}(t) = -\lambda t + c_1$

et $\dot{\theta}(t=0) = \omega_0$

en prenant $t=0$ l'instant de l'atterrissage.

$\dot{\theta}(t) = -\lambda t + \omega_0 \Rightarrow \theta(t) = -\frac{1}{2}\lambda t^2 + \omega_0 t + c'_1$

On choisi $\theta(t=0) = 0$ (choix arbitraire mais qui ne change pas la description)

$$\underline{\theta(t) = -\frac{1}{2}\lambda t^2 + \omega_0 t} \quad //$$

so $\underline{\omega(t) = -\lambda t + \omega_0}$ //

Il nous faut calculer λ. (même raisonnement que pour l'exo TGV

À l'instant t_f où l'hélice s'arrête

$\omega(t_f) = 0 \Rightarrow t_f = \omega_0 / \lambda$

et $\theta_f = \theta(t_f) = 90$ tour $= 2\pi \times 90$ rad.

(on peut garder θ_f en tour puisque ω_0 nous est donnée en tour.min^{-1})

De plus $\theta_f = -\frac{1}{2}\lambda t_f^2 + \omega_0 t_f$

$$\Leftrightarrow \theta_f = -\frac{1}{2}\lambda \frac{\omega_0^2}{\lambda^2} + \omega_0 \frac{\omega_0}{\lambda} = \frac{\omega_0^2}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\omega_0^2}{2\theta_f} \quad (\underline{A.N} : \lambda = 8000 \text{ tour.min}^{-2})$$

$\underline{t_f = \frac{\omega_0}{\lambda} = \frac{2\theta_f}{\omega_0}}$ // $\quad \underline{A.N.} : \underline{t_f = \frac{2 \times 90}{1200} = 0{,}15 \text{ min} = 9 s}$

2) À $t = 2s = \frac{1}{30}$ min $\quad \underline{\omega = 933 \text{ tour.min}^{-1}}$

Un point à l'extrémité d'une pale a pour vitesse $\vec{V} = \frac{D}{2}\omega \vec{u}_\theta$ $\quad$ || 1 tour = 2π rad, 1 min = 60 s

À $t = 2s$ $\quad \|\vec{V}\| = \frac{4}{2} \times \left(\frac{933 \times 2\pi}{60}\right) = \underline{196 \text{ m.s}^{-1}}$ //

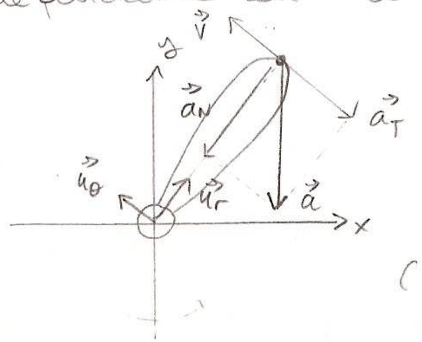
2

En ce point $\vec{a} = \frac{D}{2}\dot{\omega}\,\vec{u_\theta} - \frac{D}{2}\omega^2\,\vec{u_r}$

$\begin{cases} \vec{a_N} = -\frac{D}{2}\omega^2\,\vec{u_r} \\ \vec{a_T} = -\frac{D}{2}\lambda\,\vec{u_\theta} \end{cases}$ <u>A.N.</u> $\underline{\|\vec{a_N}\| = 1{,}91\times 10^4\ m.s^{-2}}$

$\underline{\|\vec{a_T}\| = 27{,}9\ m.s^{-2}}$

$\|\vec{a_N}\|$ est très grande. Cela vient de la dépendance en ω^2.



Le dessin n'est pas à l'<u>échelle</u>.

⚠ $\vec{a_T}$ est <u>opposé</u> à $\vec{u_\theta}$ (diminution de la norme de $\|\vec{v}\|$.)