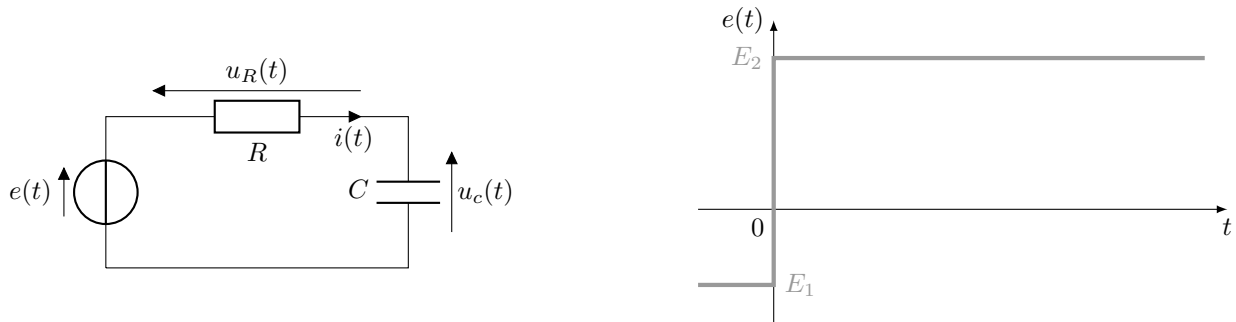


Ex. 2 Circuit RC soumis à un échelon quelconque

Le circuit RC ci-dessous est soumis à un échelon de tension montant $e(t)$ entre les tension E_1 et E_2 quelconques. Le condensateur est initialement chargé sous la tension E_1 , de telle sorte que $u_c(0^-) = E_1$.



1. En appliquant la loi des mailles et en utilisant les relations caractéristiques des dipôles (comme dans le cours) on montre que la tension u_c vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{du_c}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}u_c(t) = \frac{1}{\tau}e(t), \quad (1)$$

avec $\tau = RC$. Pour $t \geq 0$, le générateur délivre la tension $e(t) = E_2$, soit :

$$\frac{du_c}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}u_c(t) = \frac{1}{\tau}E_2 \quad t \geq 0. \quad (2)$$

La solution générale de cette équation est $u_c(t) = Ae^{-t/\tau} + E_2$. La tension aux bornes du condensateur est une fonction continue du temps donc $u_c(0^+) = u_c(0^-) = u_c(0)$. Or $u_c(0^-) = E_1$ donc $u_c(0) = E_1$.

De plus $u_c(t=0) = A + E_2$ donc $A = E_1 - E_2$. Finalement :

$$u_c(t) = (E_1 - E_2)e^{-t/\tau} + E_2 \Leftrightarrow \boxed{u_c(t) = E_1 + (E_2 - E_1)(1 - e^{-t/\tau})}. \quad (3)$$

2. Pour la tension $u_c(t)$, la tension initiale est E_1 et la tension finale E_2 . Soient t_1 l'instant tel que $u_c(t_1) = E_1 + 0,1 \times (E_2 - E_1)$ et t_2 l'instant tel que $u_c(t_2) = E_1 + 0,9 \times (E_2 - E_1)$. D'après l'équation (3) :

$$1 - e^{-t_1/\tau} = 0,1 \quad \text{et} \quad 1 - e^{-t_2/\tau} = 0,9 \Rightarrow e^{-t_1/\tau} = 0,9 \quad \text{et} \quad e^{-t_2/\tau} = 0,1 \quad (4)$$

On en déduit :

$$e^{-(t_1-t_2)/\tau} = 9 \Rightarrow t_2 - t_1 = \tau \ln 9.$$

On a bien $\boxed{\Delta t = t_2 - t_1 = \tau \ln 9}$.