TD 8
RSF – CORRIGÉ

Ex. 3 Diviseur de tension sans effet de filtrage

1. Pour fabriquer un diviseur de tension sans effet de filtrage, il faut que l'impédance $\underline{Z}_1$ de la structure composée de R_1 et de C_1 ait une impédance qui évolue selon une loi de type : $\underline{Z}_1 = \dfrac{A}{1+jB\omega}$.

On peut réaliser cela en montant R_1 et C_1 en parallèle et on obtient alors : $\underline{Z}_1 = \dfrac{R_1}{1+jR_1C_1\omega}$.

2. Pour obtenir un rapport d'atténuation de $k = \frac{U_2}{U}$ ($k<1$) indépendant de la fréquence, il faut alors que :

$$\frac{U_2}{U} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1+\underline{Z}_2} = k \quad \Leftrightarrow \quad \underline{Z}_1 = \frac{1-k}{k}\underline{Z}_2 = \frac{1-k}{k}\frac{Z_0}{1+j\omega\tau}, \tag{1}$$

puis $R_1 - \dfrac{1-k}{k}Z_0 + j\omega\left(R_1\tau - \dfrac{1-k}{k}Z_0R_1C_1\right) = 0 \iff R_1 = \dfrac{1-k}{k}Z_0$ et $C_1 = \dfrac{k}{1-k}\dfrac{\tau}{Z_0}$.

Ex. 5 Circuits résonants

1. Sur les courbes, on observe une résonance à la fréquence $f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi} = 796\,\text{Hz}$. On mesure la largeur Δf du pic de résonance à la hauteur $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$, et on en déduit le facteur de qualité $Q = \dfrac{f_0}{\Delta f}$:

à gauche, $\Delta f = 5\times f_0 \quad \Rightarrow \quad Q = \dfrac{1}{5} = 0,2$; à droite, $\Delta f = 0,2\times f_0 \quad \Rightarrow \quad Q = \dfrac{1}{0,2} = 5$.

2. Le schéma de gauche est le schéma vu en cours. En régime sinusoïdal forcé à la pulsation ω on obtient un signal de sortie d'amplitude complexe $\underline{S_m}$ tel que :

$$\underline{S_m} = \frac{1}{1+jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}-\dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}\underline{E_m}\,. \tag{2}$$

Pour le schéma de droite on reconnaît un pont diviseur de tension. On note $\underline{Z}$ l'impédance de l'association en parallèle de la bobine et du condensateur. En régime sinusoïdal forcé à la pulsation ω on obtient un signal de sortie d'amplitude complexe $\underline{S_m}$ tel que :

$$\underline{S_m} = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z}+R}\underline{E_m} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{\underline{Z}} = jC\omega + \frac{1}{jL\omega}. \tag{3}$$

On en déduit : $\underline{S_m} = \dfrac{1}{1+\dfrac{R}{\underline{Z}}}\underline{E_m} = \dfrac{1}{1+R\left(jC\omega+\dfrac{1}{jL\omega}\right)}\underline{E_m} = \dfrac{1}{1+j\left(RC\omega - \dfrac{R}{L\omega}\right)}\underline{E_m}$

de la forme : $\underline{S_m} = \dfrac{1}{1+jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}-\dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}\underline{E_m}$ avec $\begin{cases} \dfrac{Q}{\omega_0} &= RC \\ Q\omega_0 &= \dfrac{R}{L}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\omega_0 &= \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \\ Q &= R\sqrt{\dfrac{C}{L}}\end{cases}$

Finalement on trouve l'expression de l'amplitude S_m de $s(t)$ en fonction de l'amplitude E_m de $e(t)$:

$$S_m = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}-\dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}E_m \tag{4}$$

$$\text{À droite : } \begin{cases}\omega_0 &= \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = 5000\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1} \\ Q &= R\sqrt{\dfrac{C}{L}} = 1{,}0\times10^3\sqrt{\dfrac{1{,}0\times10^{-6}}{40\times10^{-3}}} = 5\end{cases} \; ; \; \text{À gauche : } \begin{cases}\omega_0 &= \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = 5000\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1} \\ Q &= \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}} = \dfrac{1}{1{,}0\times10^3}\sqrt{\dfrac{40\times10^{-3}}{1{,}0\times10^{-6}}} = 0,2\end{cases} \tag{5}$$

3. Le schéma de gauche correspond donc à la courbe de résonance de gauche, celui de droite à la courbe de résonance de droite. L'acuité la plus grande est obtenue avec le circuit de droite.