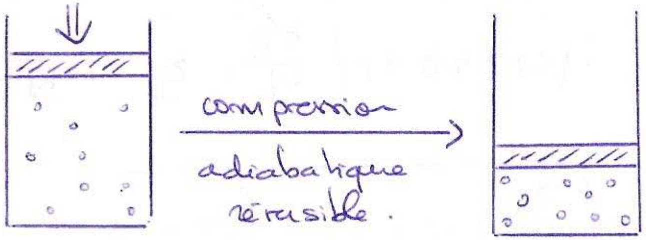
Feuille 23 : second principe.

1- Compression adiabatique de N_2.



P_i, V_i, T_i $\qquad$ P_f, V_f, T_f

Un GP subissant une transformation adiabatique réversible suit la loi de Laplace : $PV^{\gamma} = cste$.

Soit $\alpha = \dfrac{V_i}{V_f}$ le rapport volumétrique de compression (ici $\alpha = 1,9$).

$$V_f = \frac{V_i}{\alpha}$$

$$P_f V_f^{\gamma} = P_i V_i^{\gamma} \Rightarrow P_f = P_i \alpha^{\gamma}$$

D'après la loi des GP, $PV = nRT$

$$PV^{\gamma} = cste \Rightarrow T V^{\gamma - 1} = cste \; !$$

$$T_f = T_i \alpha^{\gamma - 1}$$

A.N. $V_i = 1\,L = 10^{-3}\,m^3$

$P_i = 1\,atm$ car le système est initialement à l'équilibre avec l'atmosphère (si on néglige le poids du piston) et la transfo est quasi-statique.

$V_f = 0,52\,L$ $\qquad$ $P_f = 2,46\,atm.$

$T_f = 353\,K.$

On calcule le travail reçu à l'aide du premier principe appliqué au système composé du gaz dans l'enceinte.

$$\Delta U = W + Q = W$$ car $Q = 0$ (transfo adiab.).

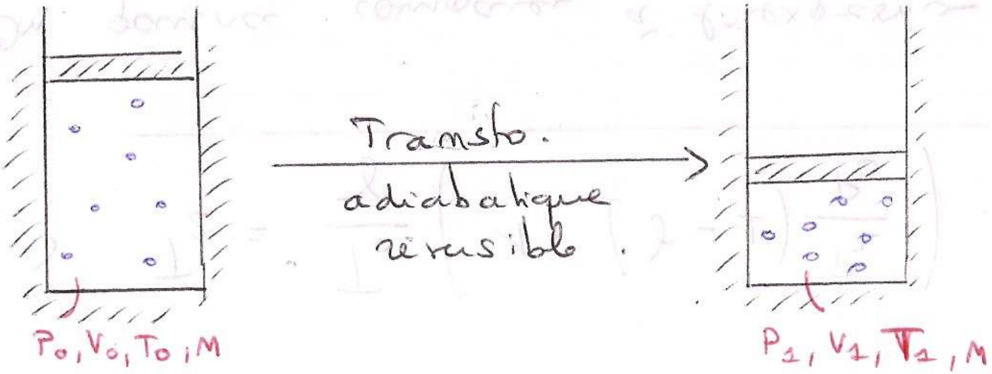
$$W = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_f - T_i) = \frac{nRT_i}{\gamma - 1}\left(\frac{T_f}{T_i} - 1\right)$$

$$W = \frac{P_i V_i}{\gamma - 1}\left(\alpha^{\gamma - 1} - 1\right)$$

A.N: $$W = \frac{1,013 \times 10^5 \times 10^{-3}}{0,4}\left(1,9^{0,4} - 1\right) = 74\,J$$

Ex 2.

1)



système $\Sigma = \{$air + piston$\}$.

Le piston est de masse négligeable.

~~Le~~ L'air enfermé dans l'enceinte suit la loi de Laplace

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_0 V_0^{\gamma} \Rightarrow V_1 = V_0 \left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{1/\gamma}$$

A.N. $V_1 = (5\ L) \times \left(\frac{1}{10}\right)^{1/1,4}$

$= 0{,}96\ L$

De même $P_1^{1-\gamma} T_1^{\gamma} = P_0^{1-\gamma} T_0^{\gamma}$

$$T_1 = T_0 \left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

A.N. $T_1 = 298 \times \left(\frac{1}{10}\right)^{-\frac{0,4}{1,4}}$

$= 575\ K$.

2) Le système subit une transfo adiabatique et monobare, à la pression ext. P_2. [cf ex 3 du TD 22]

D'après le 1er principe :

$$\Delta U + \Delta E_c = W + Q$$

avec $\Delta E_c = 0$ car le syst. est immobile à l'éq.

$Q = 0$ car transfo adiabatique

et $\Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_2 - T_0)$

et $W = -P_e (V_2 - V_0)$

$$\Rightarrow \frac{nR}{\gamma - 1}(T_2 - T_0) = -P_2 V_2 + P_2 V_0$$

or $P_2 V_2 = nRT_2$

et $P_2 V_0 = \frac{P_2}{P_0} P_0 V_0 = \frac{P_2}{P_0} nRT_0$

donc $\frac{n\cancel{R}}{\gamma - 1}(T_2 - T_0) = -\cancel{nR}T_2 + \frac{P_2}{P_0}\cancel{nR}T_0$

$$T_2\left(\frac{1}{\gamma-1} + 1\right) = T_0\left(\frac{1}{\gamma-1} + \frac{P_2}{P_0}\right)$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{T_0}{\gamma}\left(1 + (\gamma - 1)\frac{P_2}{P_0}\right)$$ //

On pourra comparer à l'expression obtenue dans l'exo 3 du TD 22 en prenant $\gamma = \frac{7}{5}$

$$V_2 = \frac{nRT_2}{P_2}$$

$$\left(V_2 = \frac{nR}{P_0}\frac{P_0}{P_2}\frac{T_0}{\gamma}\left(1 + (\gamma-1)\frac{P_2}{P_0}\right)\right)$$

V_0

$$V_2 = \frac{V_0}{\gamma}\left(\frac{P_0}{P_2} + (\gamma - 1)\right)$$

A. N. $T_2 = 1064$ K. //

$V_2 = 1,8$ L //

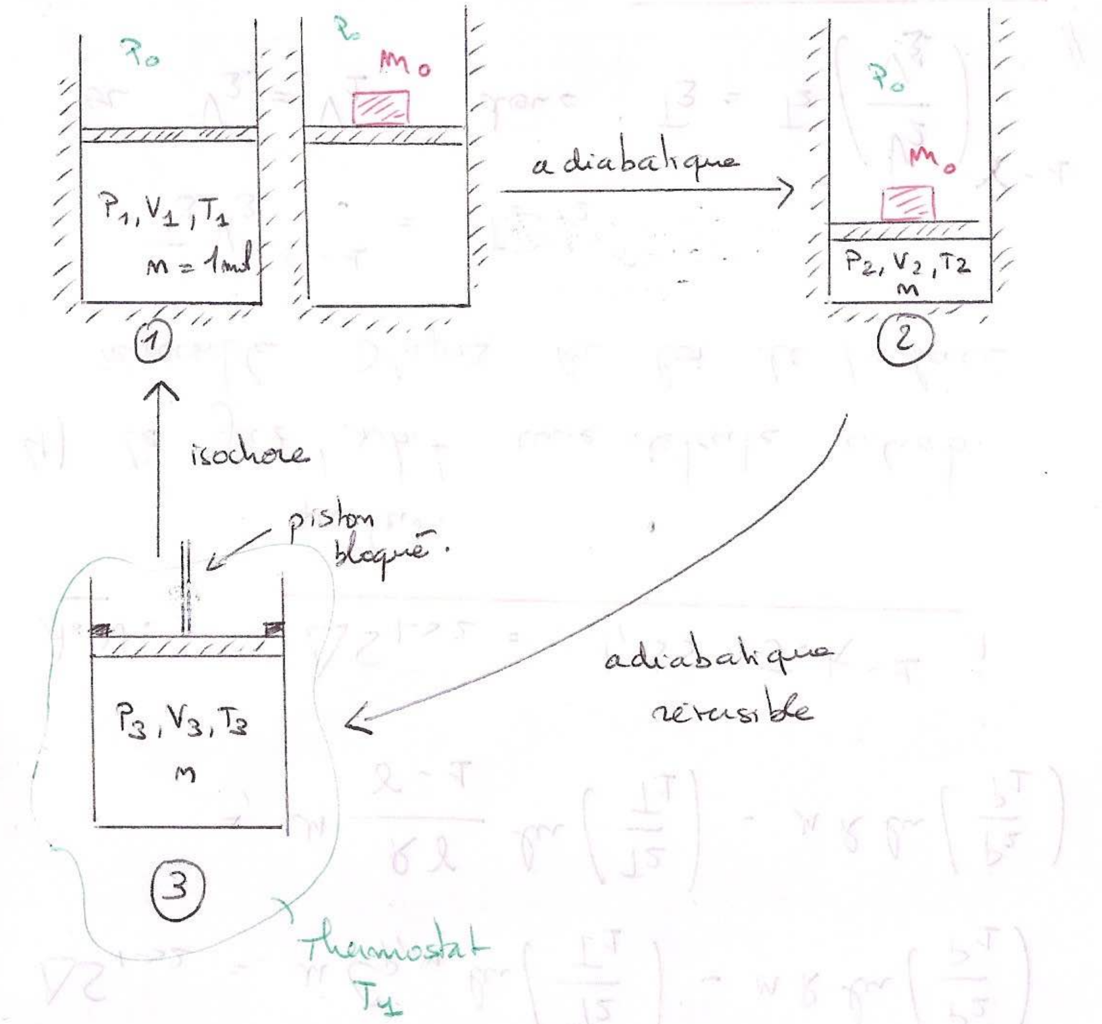
$V_2 > V_1$ et $T_2 > T_1$.

TD 23.

Ex 3

système $\Sigma = \{ \quad + \text{ piston} \}$.

→ Le piston est de masse negligeable.



① $P_1 = 1{,}00$ bar $\quad n = 1$ mol

$T_1 = 300$ K

$$\rightarrow V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = \frac{1 \times 8{,}31 \times 300}{10^5} = 24{,}9 \text{ L}.$$

1) Dans l'état d'équilibre ②, le piston est immobile. La pression du gaz compense la pression ext. et le poids de la masse :

$$P_2 S = P_0 S + m_0 g$$

$$\Rightarrow P_2 = P_0 + \frac{m_0 g}{S} \iff m_0 = \frac{(P_2 - P_0) S}{g}$$

A. N. $$m_0 = \frac{(2-1) \times 10^5 \times 100 \times 10^{-4}}{9{,}81}$$

$$m_0 = 102 \text{ kg}$$

2) On utilise les résultats de l'exercice 2.

$$T_2 = \frac{T_1}{\gamma} \left(1 + (\gamma - 1) \frac{P_2}{P_1} \right)$$

$$V_2 = \frac{nRT_2}{P_2}$$

A. N. $T_2 = 386$ K

$V_2 = 0{,}016 \text{ m}^3 = 16{,}0$ L

3) On utilise la variation d'entropie d'un GP diatomique entre les états d'éq. ① et ②.

$$\Delta S_{1\to2} = n\,C_{p,m} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - nR\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

$$= n\frac{R\gamma}{\gamma-1}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - nR\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

A.N. $\Delta S_{1\to2} = 1{,}55\ \mathrm{J.K^{-1}}$ //

4) Le gaz parfait subit une détente adiab. réversible. D'après la loi de Laplace

$$T_3V_3^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$$

or $V_3 = V_1$ donc $T_3 = T_2\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$ //

A.N. $T_3 = 386\times\left(\frac{16}{24{,}9}\right)^{1{,}4-1} = 323\ \mathrm{K}$ //

$T_3 > T_1$, le système n'est pas revenu dans son état initial.

[$T_3 > T_1$ et $V_3 = V_1 \Rightarrow P_3 > P_1$

Le piston doit être bloqué car $P_3 > P_0$ la pression extérieure]

5) La transfo ② → ③ est adiabatique réversible donc $\Delta S_{2\to3} = 0\ \mathrm{J.K^{-1}}$ //

6) La transfo ③ → ① est isochore donc

$$\Delta S_{3\to1} = n\,C_{v,m}\ln\left(\frac{T_1}{T_3}\right)$$

$$= \frac{nR}{\gamma-1}\ln\left(\frac{T_1}{T_3}\right)$$

A.N. $\Delta S_{3\to1} = -1{,}55\ \mathrm{J.K^{-1}}$ //

Rq : $\Delta S_{1\to2} = \frac{nR}{\gamma-1}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + nR\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

or $\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{T_3}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$

donc $\Delta S_{1\to 2} = \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right)$

$$= \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_3}{T_1}\right) = -\Delta S_{3\to 1}.$$

7) $\Delta S_{cycle} = \Delta S_{1\to 2} + \cancel{\Delta S_{2\to 3}}^{=0} + \underbrace{\Delta S_{3-1}}_{= -\Delta S_{1\to 2}}$

$$= 0 \ \mathrm{J.K^{-1}}$$

Ce qui est le résultat attendu pour un cycle car S est une fonction d'état.

8) Soit $\Sigma_{TH} = \{ \text{thermostat} \}$.

Le thermostat subit une transformation pendant la transfo ③ → ① du gaz.

$$\Delta S_{\Sigma_{TH}} = -\frac{Q}{T_1}$$

avec Q le transfert thermique reçu par le gaz pendant ② → ③ et T_1 la temp. du thermostat.

D'après le 1er principe appliqué à Σ : $Q = \Delta U + \underbrace{\cancel{\Delta E_c}^{=0}}_{\text{syst. immobile à l'éq.}} - \underbrace{\cancel{W}^{=0}}_{\text{transfo isochore}}$

et $\Delta U = \frac{nR}{\gamma-1}(T_1 - T_3)$

Finalement :

$$\Delta S_{\Sigma_{TH}} = \frac{nR}{\gamma-1} \frac{T_3 - T_1}{T_1}$$

A.N. $\Delta S_{\Sigma_{TH}} = +1,60 \ \mathrm{J.K^{-1}}$.

Pour l'univers $\Sigma + \Sigma_{TH}$

$$\Delta S_{univers} = \Delta S_{cycle} + \Delta S_{\Sigma_{TH}}$$
$$= +1,60 \ \mathrm{J.K^{-1}}.$$

D'après le second principe :

$$\Delta S_{univers} = \underbrace{\overset{=0}{\cancel{S_e}}}_{\text{syst. isolé}} + S_c$$

donc $S_c = \Delta S_{univers} = 1,6 \ J.K^{-1} > 0$

$\Rightarrow$ le cycle est irréversible.

Les sources d'irréversibilité sont :

- la différence finie de pression entre l'ext. et l'int. dans la transfo (1) $\to$ (2)
- la différence finie de température entre l'ext. et l'int. dans la transfo (3) $\to$ (1).

$$\Delta S_{univers, 1 \to 2} = \Delta S_{1 \to 2} = S_{c_{1 \to 2}}$$

$$\Delta S_{univers, 3 \to 1} = \Delta S_{3 \to 1} + \Delta S_{th}$$

$$= S_{c, 3 \to 1}$$

$S_{c, 1 \to 2} = 1,55 \ J.K^{-1}$

$S_{c, 3 \to 1} = 0,5 \ J.K^{-1}$.