Programme de la semaine du 13 novembre 2023

Cours

Chapitre 6 : Régimes transitoires du premier ordre.

- Définition du régime variable. Définition de l'intensité en régime variable, introduction des grandeurs infinitésimales. Savoir décrire l'approximation des régimes quasi-stationnaires et donner un critère de validité. Savoir que les lois de Kirchhoff s'appliquent dans l'ARQS.
- Dipôle condensateur. Schéma électrique en convention récepteur, relation entre la charge portée par les armatures et la tension, relation courant-tension (à savoir démontrer). Ordre de grandeur des capacités. Dipôle équivalent en régime permanent, modélisation d'un condensateur réel (résistance de fuite). Puissance algébrique reçue en convention récepteur, définition de l'énergie électrostatique stockée par le condensateur. Continuité (au sens mathématique du terme) de la tension aux bornes du condensateur.
- **Réponse d'un circuit RC série à un échelon tension (= réponse indicielle).** Mise en équation du circuit et résolution de l'équation différentielle pour la tension aux bornes du condensateur, dans le cas d'un échelon de tension en entrée. Définition de la constante de temps. Définition du régime transitoire et du régime établi. Savoir tracer l'allure de l'évolution de la tension en fonction du temps (asymptote horizontale, tangente à l'origine). Temps de réponse à 63%. Savoir décrire l'expérience de cours (circuit, modélisation du GBF). **Nous n'avons pas encore discuté de la notion de terre pour le placement des voies de l'oscilloscope, qui sera vue en TP.** Savoir calculer l'expression de l'intensité du courant. Savoir mener le bilan de puissance et calculer l'énergie totale reçue (ou fournie) par chaque dipôle.
- **Régime libre du circuit RC série.** Mise en équation, résolution, calcul de l'intensité, tracés, bilan de puissance et d'énergie.
- **Exemple du circuit RC « parallèle ».** Mise en équation (circuit à 2 mailles) et résolution.
- Dipôle bobine. Schéma électrique en convention récepteur, relation courant-tension. Ordre de grandeur des inductances. Dipôle équivalent en régime permanent, modélisation d'une bobine réelle. Puissance algébrique reçue en convention récepteur, définition de l'énergie magnétique stockée par la bobine. Continuité (au sens mathématique du terme) de l'intensité du courant traversant la bobine. Exercice de cours : réponse d'un circuit « RL série » à un échelon de tension : équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant, définition de la constante de temps, résolution, interprétation.

Chapitre 7 : De l'oscillateur harmonique à l'oscillateur amorti. Régimes transitoires du deuxième ordre.

- **Le circuit LC :** savoir mettre en équation le circuit et mettre l'équation sous la forme canonique de l'équation différentielle de l'oscillateur harmonique. Savoir exprimer la pulsation propre en fonction des paramètres du circuit.
- Connaître la forme de la solution générale de l'équation différentielle de l'O.H. Nécessité de connaître 2 conditions initiales pour fixer les 2 constantes d'intégration. Savoir exprimer la période propre.
- Savoir résoudre l'équation dans le cas où $u_C(t=0) = E$ et $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(t=0) = 0$.
- Savoir tracer rigoureusement le graphe de la fonction $u_C(t) = E\cos(\omega_0 t)$.
- Savoir montrer que l'énergie totale du circuit est constante au cours du temps et interpréter les oscillations de la tension et de l'intensité du courant comme un échange d'énergie entre le condensateur et la bobine.
- **Circuit RLC « série » :** mise en équation du circuit soumis à une excitation de tension $e(t)$, forme canonique, définition de la pulsation propre et du facteur de qualité.
- Résolution dans le cas du régime libre ($e(t) = 0$). Savoir faire un bilan de puissance et mettre en évidence la dissipation de l'énergie électromagnétique dans le circuit. Savoir établir la forme générale de la solution de l'équation différentielle homogène pour les 3 régimes (pseudo-périodique, critique, apériodique), à savoir relier à la valeur du facteur de qualité Q. Savoir déterminer les constantes d'intégration grâce aux conditions initiales $u_C(t=0) = E$ et $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(t=0) = 0$. Savoir tracer l'allure du graphe de $u_C(t)$.

Exercices

Exercices sur le **Chapitre 6.**

Méthode d'Euler pour les systèmes linéaires du 1er ordre

- On applique la méthode d'Euler pour la résolution numérique du problème de Cauchy suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}(t) = f(u(t),t)\ , \quad \text{pour} \quad t \geq t_0\ , \\ u(t_0) = u_0\ . \end{cases} \tag{1}$$

  Dans le cas d'un système linéaire du premier ordre, $f(u(t),t) = e(t)/\tau - u(t)/\tau$, avec $\tau > 0$ la **constante de temps** du système et $e(t)$ une fonction quelconque du temps, représentant **l'excitation** du système.
- Résoudre numériquement ce problème signifie **déterminer les valeurs approchées** de la fonction u solution aux instants $\{t_1, t_2, \ldots, t_{n-1}\}$ choisis par l'utilisateur ou l'utilisatrice. On notera $\{u_1, u_2, \ldots, u_{n-1}\}$ les **valeurs approchées** de $\{u(t_1), u(t_2), \ldots, u(t_{n-1})\}$.
- La méthode d'Euler est basée sur l'approximation de la dérivée :

$$u(t_0 + \Delta t) \simeq u(t_0) + \Delta t \times \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}(t_0)\ . \tag{2}$$

  On pourra s'appuyer sur un schéma pour expliquer l'approximation.
- Les valeurs approchées $\{u_1, u_2, \ldots, u_{n-1}\}$ sont données par la formule de récurrence :

$$u_{k+1} \overset{\text{def.}}{=} u_k + \Delta t \times f(u_k, t_k)\ , \qquad k = 0, 1, \ldots n-2\ , \tag{3}$$

  avec Δt le pas de temps, tel que $t_{k+1} = t_k + \Delta t$ (on choisit des instants régulièrement espacés).
- Savoir justifier le choix du pas de temps Δt et de l'instant final $t_f = t_{n-1}$.
- Savoir coder une fonction en Python permettant de résoudre une équation différentielle du 1er ordre à l'aide de la méthode d'Euler. Je propose la fonction suivante `euler(f,u0,t)` prenant **3 paramètres :**
  - une fonction `f` de 2 variables, qui donne la dérivée de la fonction u ;
  - un nombre `u0`, qui représente la condition initiale $u(t_0) = u_0$;
  - un tableau numpy `t`, qui représente l'ensemble des instants $\{t_0, t_1, \ldots, t_{n-1}\}$ auxquels on cherche à évaluer la fonction u .

  Le **code** de la fonction :

```python
def euler(f,u0,t):
    """
    Fonction implémentant la méthode d'Euler pour l'équation diff. du/dt = f(u(t),t)

    Entrée
    -------------------------------
    f : fonction donnant du/dt (fonction de 2 variables)
    u0 : condition initiale u(t_0) = u_0 (float)
    t : tableau numpy représentant les instants (t_0,t_1,...,t_n-1) auxquels évaluer u(t)

    Sortie
    -------------------------------
    tableau numpy représentant les u(t_k)
    """
    n = len(t)
    dt = t[1]-t[0]
    sol = np.zeros(n)
    sol[0] = u0
    for k in range(n-1):
        sol[k+1] = sol[k] + dt*f(sol[k],t[k])
    return sol
```

Capacités numériques en TP

Après les TP 4 et 5, il faut savoir décrire la méthode de type B pour déterminer l'incertitude-type d'une mesure unique et écrire les lignes de code permettant de la calculer.

Si la résolution (ou « précision ») de l'appareil de mesure **cache la variabilité des mesures** (des mesures répétées donnent toujours le même résultat) on procède à une évaluation de type B de l'incertitude-type de la mesure.

☞ **Exemple du TP 5 :** déterminer l'incertitude-type d'une résistance mesurée à l'ohmmètre.

La valeur de la résistance se trouve dans l'intervalle $[R - \Delta, R + \Delta]$ avec R la **valeur affichée** par l'ohmmètre et Δ la précision de l'ohmmètre (on lit la formule dans la notice).

On peut estimer l'incertitude-type de la mesure en **simulant** la variabilité cachée par la résolution de l'ohmmètre (simulation Monte-Carlo).

Aucune valeur de l'intervalle n'est privilégiée. On pourra supposer que la distribution des valeurs possibles dans l'intervalle est uniforme.

L'incertitude-type de l'unique mesure à l'ohmmètre est **l'écart-type** de l'échantillon de valeurs simulées.

```
import numpy as np                       # pour l'utilisation des tableaux numpy
import matplotlib.pyplot as plt          # pour les graphiques

#mesures
R= 215.32 #ohm (valeur lue sur l'ohmmètre)
Delta = 0.71 #ohm (précision calculée à partir de la formule du multimètre)

#simulation Monte-Carlo des valeurs possibles pour R (10 000 valeurs)
k = 10000
Rsim = np.random.uniform(R- Delta, R+ Delta, k)

#histogramme des valeurs mesurées
plt.hist(Rsim, bins = 'rice')

#calcul de l'incertitude-type
u_R = np.std(Rsim)
```