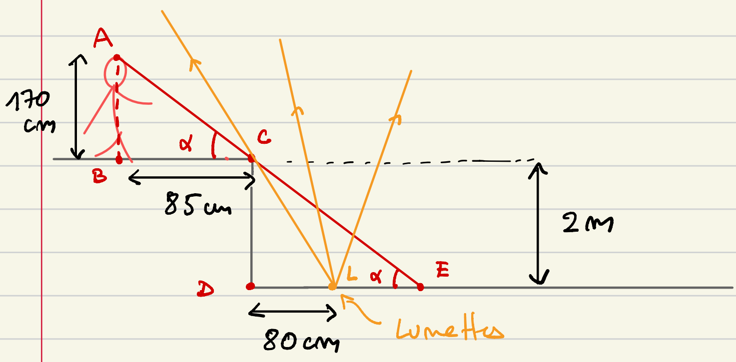
Ex 3 : Au fond de la piscine.

Faisons un schéma de la situation :



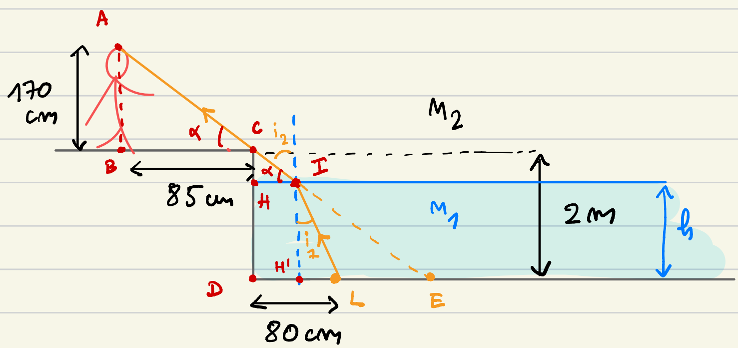
1) Les rayons issus du point L (assimilons les lunettes à une source ponctuelle) ne peuvent atteindre le point A, où sont (approximativement) situés les yeux de la personne. On peut le vérifier en calculant la distance DE :

$$\tan(\alpha) = \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{DC} \Rightarrow DE = DC \, \frac{AB}{BC}$$

AN : $DE = 2 \times \frac{1{,}7}{0{,}85} = \underline{4 \text{ m}}$

E est le point le plus proche au fond de la piscine, qui peut être vu. Il se situe à 4 m du bord.

2)



L'angle réfracté au point I doit faire un angle α avec l'horizontale pour atteindre le point A.

$\Rightarrow$ Cela fixe la valeur de l'angle i_2 $\left(i_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$ et la valeur de l'angle i_1 du rayon incident au point I (loi de Snell-Descartes)

Notons n_1 l'indice optique de l'eau et n_2 celui de l'air :

$$\sin(i_1) = \frac{n_2}{n_1} \sin(i_2) = \frac{n_2}{n_1} \cos(\alpha)$$

Essayons maintenant de déterminer la position du point I.

On a $HI = \dfrac{HC}{\tan \alpha}$ (1) et $H'I = \dfrac{H'L}{\tan i_1}$ (2)

or $HI = DL - H'L = DL - H'I \tan i_1$

De plus $HC = DC - H'I$.

On a entouré les grandeurs connues et souligné la grandeur recherchée. ($H'I = h$)

Finalement, en réinjectant dans (1) :

$$DL - h \tan i_1 = \frac{DC - h}{\tan \alpha}$$

Reste à isoler h.

$$\Rightarrow \quad h = \frac{DL - \dfrac{DC}{\tan\alpha}}{\tan i_1 - \dfrac{1}{\tan\alpha}}$$

On peut s'arrêter là ... et faire l'AN!

On peut aussi avoir envie de simplifier un peu ... ☺

$$h = \frac{DL \tan\alpha - DC}{\tan i_1 \tan\alpha - 1} \quad \text{(plus joli !!)}$$

or $\tan i_1 \tan\alpha = \dfrac{\sin i_1}{\cos i_1} \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ " n_2/n_1

$$= \frac{n_2}{n_1} \frac{\sin\alpha}{\cos i_1}$$

et $\cos i_1 = \sqrt{1 - \sin^2 i_1} = \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cos^2\alpha}$

$$\boxed{h = \frac{DL \tan\alpha - DC}{\dfrac{n_2}{n_1} \dfrac{\sin(\alpha)}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cos^2\alpha}} - 1}}$$

Pourquoi aller aussi loin ?

$\Rightarrow$ Pour éviter tout calcul d'angles et donc arccos, arcsin, arctan <u>etc</u>.

$$\tan\alpha = \frac{AB}{BC}, \quad \sin\alpha = \frac{AB}{\sqrt{AB^2+BC^2}}$$

et $$\cos\alpha = \frac{BC}{\sqrt{AB^2+BC^2}}$$

Je trouve $\underline{h = 140 \text{ cm}}$ // ... mais si vous êtes allé jusque là, je veux bien savoir ce que vous <u>avez trouvé</u> !