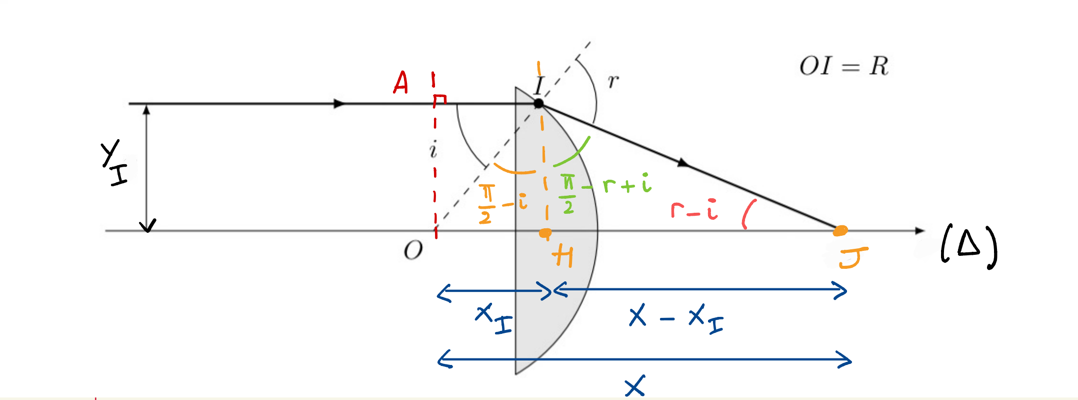
Exercice 6 : Aberration sphérique.



1) Snell-Descartes : $\underline{n \sin(i) = \sin(r)}$ //

Dans l'approximation des petits angles $\sin(i) \simeq i$
$\sin(r) \simeq r$

donc $\underline{n\, i \simeq r}$ //

2) Dans le triangle rectangle OAI : $\sin(i) = \dfrac{OA}{OI}$

$\Rightarrow \underline{\sin(i) = \dfrac{Y_I}{R}}$ // $\Rightarrow \underline{i \simeq \dfrac{Y_I}{R}}$ //

$X = X_I + (X - X_I)$ avec

avec $X_I = R \sin\left(\frac{\pi}{2} - i\right) = R\cos(i) \simeq R$
(car $i \ll 1$ rad)

et $X - X_I = \dfrac{Y_I}{\tan(r-i)} \simeq \dfrac{Y_I}{r-i} = \dfrac{Y_I}{(n-1)Y_I/R}$

$= \dfrac{R}{n-1}$

<u>Ainsi</u> $X = R + \frac{R}{n-1} = \frac{n}{n-1} R$

L'expression de X étant indépendante de y, c'est la distance du foyer principal image F', par rapport à O.

$$\underline{X_{F'} = \frac{n}{n-1} R} \;//$$

3) Au point I, il peut y avoir reflexion totale si $i > i_{tot}$ avec $\sin(i_{tot}) = 1/n$.

Le rayon émergent existe si $\sin(i) < 1/n$

soit $\frac{y_I}{R} < 1/n \Rightarrow \underline{y_I < \frac{R}{n}} \;//$

=> les rayons trop éloignés de l'axe optique sont totalement réfléchis sur la face de sortie de la lentille.

4) On reprend le calcul de la question 2) sans faire d'<u>approximations</u>.

$$X = X_I + (X - X_I) = R\cos(i) + \frac{y_I}{\tan(r-i)}$$

or $\cos(i) = \sqrt{1 - \sin^2(i)} = \sqrt{1 - (y_I/R)^2}$

et $\dfrac{1}{\tan(r-i)} = \text{cotan}(r-i)$.

Or $\sin(r) = n\sin(i) = n\,\dfrac{Y_I}{R} \Rightarrow r = \arcsin\left(n\dfrac{Y_I}{R}\right)$

donc $\text{cotan}(r-i) = \text{cotan}\left(\arcsin\left(n\dfrac{Y_I}{R}\right) - \arcsin\left(\dfrac{Y_I}{R}\right)\right)$

<u>Finalement</u> :

$$X = R\left[\sqrt{1-\left(Y_I/R\right)^2} + \frac{Y_I}{R}\,\text{cotan}\left(\arcsin\left(n\frac{Y_I}{R}\right) - \arcsin\left(\frac{Y_I}{R}\right)\right)\right]$$

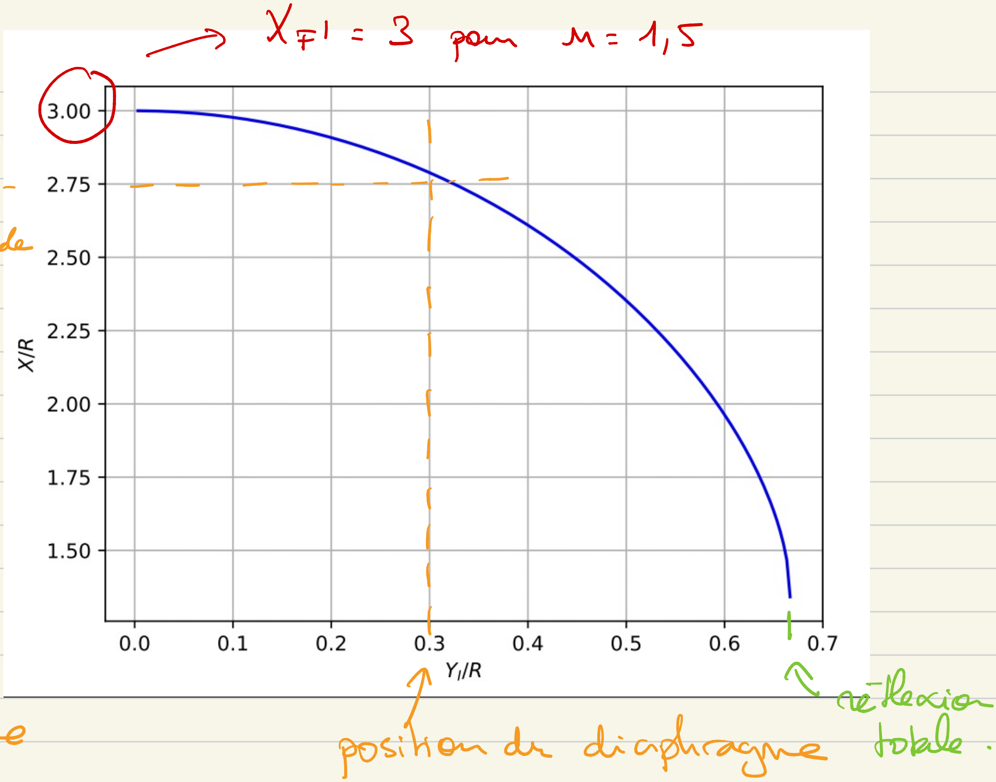
```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

n = 1.5 #indice optique du verre de la lentille

def X(Y):
    # abscisse du point J en fonction de l'ordonnée Y_I (notée Y) du point d'incidence I
    return np.sqrt(1-Y**2)+Y*1/np.tan(np.arcsin(n*Y)-np.arcsin(Y))

y = np.linspace(0,1/n,200)

plt.figure()
plt.plot(y,X(y),'-b')
plt.xlabel('$Y_I/R$')
plt.ylabel('$X/R$')
plt.grid()
plt.show()
```



Plus les rayons sont éloignés de l'axe optique ($y/R \nearrow$) plus le rayon croise l'axe optique près de la lentille ($X/R \downarrow$).

Il faut diaphragmer le faisceau incident afin de focaliser les rayons autour de F'.