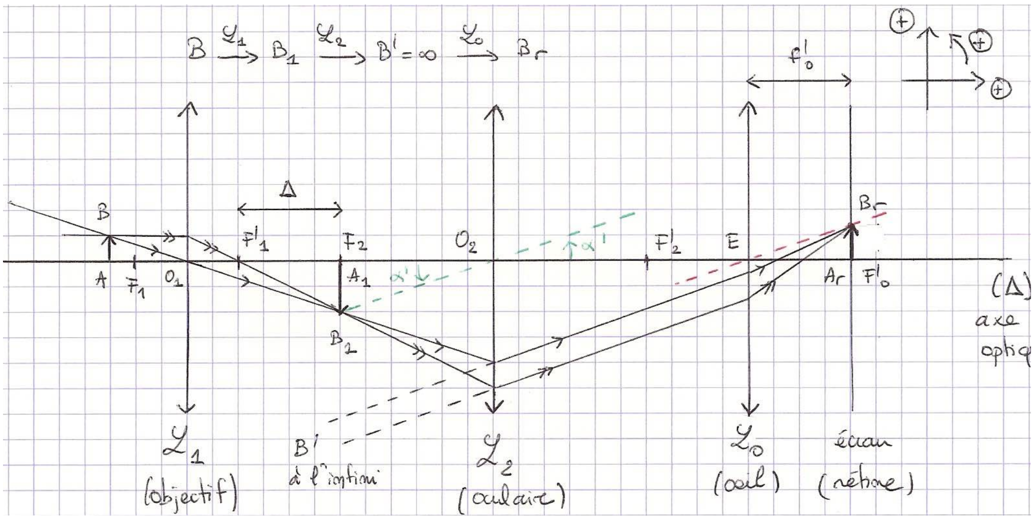
Ex. 6 Le microscope

Grossissement

1) On rappelle la série de conjugaisons entre l'objet $\overrightarrow{AB}$ et l'image finale $\overrightarrow{A_rB_r}$ sur la rétine. Les trois lentilles en jeu sont des lentilles convergentes.

$$\begin{matrix} \mathrm{A} \\ \mathrm{B} \end{matrix} \xrightarrow{\text{objectif } \mathcal{L}_1} \begin{matrix} \mathrm{A}_1 \\ \mathrm{B}_1 \end{matrix} \xrightarrow{\text{oculaire } \mathcal{L}_2} \begin{matrix} \mathrm{A}' \\ \mathrm{B}' \end{matrix} = \infty \xrightarrow{\text{œil}} \begin{matrix} \mathrm{A}_r \\ \mathrm{B}_r \end{matrix} = \text{rétine}$$

L'image $\overrightarrow{A'B'}$ par l'oculaire doit être rejetée à l'infini. Pour cela il est nécessaire que l'image intermédiaire $\overrightarrow{A_1B_1}$ par l'objectif se trouve dans le plan dans le **plan focal objet de l'oculaire**.



2) Afin de placer l'objet $\overrightarrow{AB}$ on trace deux rayons :
- le rayon passant par et le centre optique O_1 de l'objectif et B_1, non dévié ;
- le rayon passant par et le foyer principal image F_1' de l'objectif et B_1, dont l'incident sur l'objectif est parallèle à l'axe optique.

Le point B se trouve à l'intersection des deux rayons incidents. D'après la propriété d'aplanétisme approché de l'objectif, le point A est le projeté orthogonal de B sur l'axe optique.

3) Les deux rayons passant par B_1 ainsi tracés, émergent de l'oculaire parallèle entre eux et inclinés par rapport à l'axe optique. Ils sont parallèles à un rayon virtuel passant par B_1 et le centre optique O_2 de l'oculaire.
Les deux rayons parallèles incidents sur la lentille $\mathcal{L}_0$ de l'œil convergent en un point du plan focal image de $\mathcal{L}_0$. Ce point est l'intersection du plan focal image et d'un rayon virtuel parallèle aux rayons incidents et passant par le centre optique E de la lentille $\mathcal{L}_0$.

4) Par définition, le grandissement transversal de l'objectif vaut $\gamma_{\text{obj}} = \dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}$. D'après la formule de conjugaison aux foyers : $\gamma_{\text{obj}} = -\dfrac{\overline{F_1'A_1}}{f_1'} = -\dfrac{\overline{F_1'F_2}}{f_1'}$ car F_2 est confondu avec A_1, soit $\boxed{\gamma_{\text{obj}} = -\dfrac{\Delta}{f_1'}}$.

5) Pour l'oculaire on reprend et on adapte la démarche vue en cours pour la loupe. Le grossissement de l'oculaire est donné par :

$$G_{\text{oc}} = \frac{\alpha'}{\alpha_1} \,. \tag{1}$$

L'angle α' est défini dans la première figure du corrigé. Pour l'angle α_1 on utilise le schéma suivant.
Ainsi $\tan(\alpha_1) = -\frac{\overline{A_1B_1}}{d_m}$ donc dans l'approximation des petits angles :

$$\alpha_1 = -\frac{\overline{A_1B_1}}{d_m} \tag{2}$$

(Attention aux signes : $\alpha_1 > 0$. D'après le schéma, $\overline{A_1B_1} < 0$, d'où le signe $-$) .

De plus $\tan(\alpha') = -\frac{\overline{A_1 B_1}}{f_2'}$ donc toujours dans l'approximation des petits angles :

$$\alpha' = -\frac{\overline{A_1 B_1}}{f_2'} \ , \tag{3}$$

et finalement $G_{\text{oc}} = d_m/f_2'$.

Le grossissement commercial G_{micro} du microscope est donné par $G_{\text{micro}} = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$.
On utilise la figure ci-dessous pour exprimer l'angle α. En faisant attention à la convention d'orientation des angles on a $\alpha < 0$ et $\tan\alpha = -\dfrac{\overline{AB}}{d_m}$ car $\overline{AB} > 0$. Dans l'approximation des petits angles :

$$\alpha = -\frac{\overline{AB}}{d_m} \ . \tag{4}$$

Finalement,

$$G_{\text{micro}} = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{\overline{A_1B_1}}{f'_2} \times -\frac{\overline{AB}}{d_m} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} \times \frac{d_m}{f'_2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{G_{\text{micro}} = \gamma_{\text{obj}} \times G_{\text{oc}}} \quad \text{et} \quad \boxed{G_{\text{micro}} = -\frac{\Delta}{f'_1} \times \frac{d_m}{f'_2}} \ . \tag{5}$$

6) Calculons simplement la valeur absolue du grossissement du microscope en multipliant le grandissement de l'objectif par le grossissement de l'oculaire. Le plus petit grossissement est obtenu pour le grandissement de 2 et le plus gros pour le grandissement de 40. Ainsi G_{micro} varie entre 25 et 500.

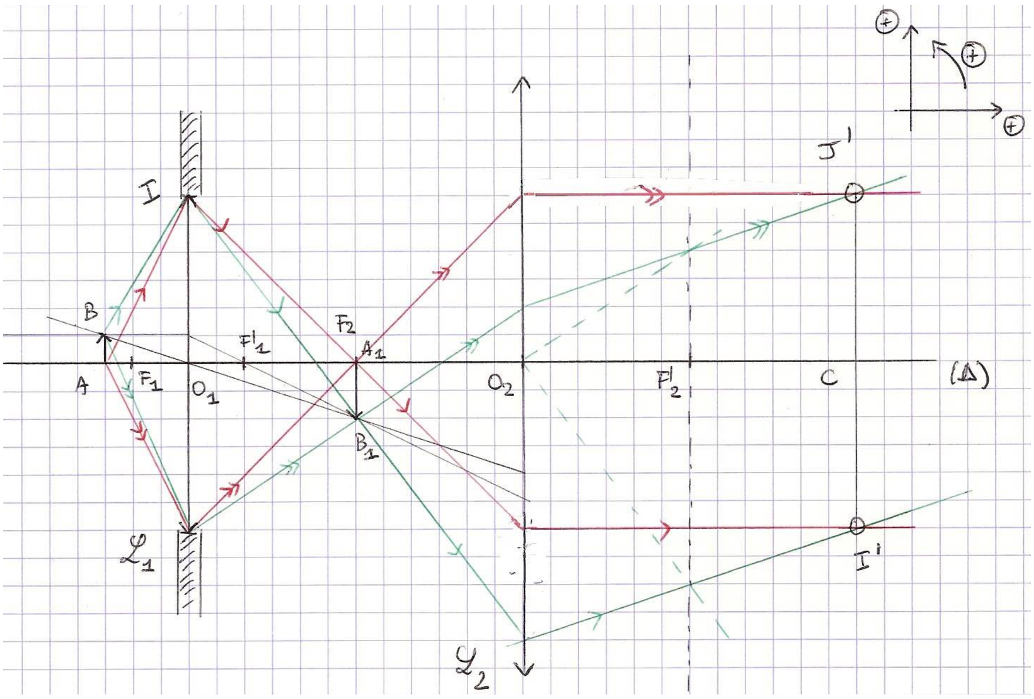
7) D'une part $G_{\text{micro}} = \alpha'/\alpha$ et d'autre part $P_{\text{micro}} = \alpha'/\overline{AB}$. Or dans l'approximation des petits angles $\alpha = -\overline{AB}/d_m$ donc $G_{\text{micro}} = -P_{\text{micro}} \times d_m$. De même pour l'oculaire on trouve : $G_{\text{oc}} = P_{\text{oc}} \times d_m$. De plus :

$$P_{\text{micro}} = \frac{\alpha'}{\overline{AB}} = \frac{\alpha'}{\overline{A_1B_1}} \times \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} \quad \Rightarrow \quad P_{\text{micro}} = \gamma_{obj} \times P_{\text{oc}} \quad \text{et} \quad P_{\text{micro}} = \frac{\Delta}{f'_1} \times \frac{1}{f'_2} \ . \ . \tag{6}$$

La puissance est indépendante de d_m qui est choisie arbitrairement pour le calcul du grossissement commercial.

Cercle oculaire

8) Voir la figure ci-dessous. On peut placer l'objet $\overrightarrow{AB}$ en utilisant le principe de retour inverse de la lumière, en considérant B comme l'image de B_1 par la lentille $\mathcal{L}_1$ (penser à inverser le rôle des foyers).



9) On trace en rouge les deux rayons issus de A passant par I et J. En utilisant la propriété de stigmatisme de la lentille $\mathcal{L}_1$, les deux rayons émergeant passent par A_1 . Le prolongement des rayons s'obtient à l'aide des constructions usuelles.

10) On trace en vert les deux rayons issus de B passant par I et J. En utilisant la propriété de stigmatisme de la lentille $\mathcal{L}_1$, les deux rayons émergeant passent par B_1 . Le prolongement des rayons s'obtient à l'aide des constructions usuelles.

11) En utilisant le stigmatisme de $\mathcal{L}_2$, les deux rayons (rouge et vert) issus de I émergeant de $\mathcal{L}_2$ se croisent en I', conjugué de I par $\mathcal{L}_2$. Les deux rayons (rouge et vert) issus de J émergeant de $\mathcal{L}_2$ se croisent en IJ, conjugué de J par $\mathcal{L}_2$. $\mathcal{L}_2$ étant aplanétique, l'image de O_1 par $\mathcal{L}_2$ se trouve à l'intersection de $[I'J']$ et de l'axe optique.

12) Le centre C du cercle oculaire est le conjugué du centre O_1 de l'objectif, par l'oculaire $\mathcal{L}_2$. D'après la formule de conjugaison avec origine aux foyers :

$$\overline{F_2'C} \times \overline{F_2O_1} = -(f_2')^2 \quad \Leftrightarrow \quad \overline{F_2'C} = \frac{(f_2')^2}{f_1' + \Delta} \ . \tag{7}$$

De plus, $\boxed{\overline{O_2C} = \overline{O_2F_2'} + \overline{F_2'C} = f_2' + \dfrac{(f_2')^2}{f_1' + \Delta}}$.

13) D'après la définition du grandissement : $\gamma = \dfrac{\overline{CJ'}}{\overline{O_1J}} = \dfrac{D'/2}{D/2} = \dfrac{D'}{D}$.

De plus, $\gamma = \dfrac{\overline{O_2C}}{O_2O_1} = \dfrac{f_2' + \frac{(f_2')^2}{f_1'+\Delta}}{f_1' + \Delta + f_2'} = \dfrac{f_2'(f_1' + \Delta + f_2')}{(f_1' + \Delta)(f_1' + \Delta + f_2')} = \dfrac{f_2'}{f_1' + \Delta}$, soit $\boxed{D' = D\dfrac{f_2'}{f_1' + \Delta}}$.

Si $f_2' = f_1' + \Delta$ alors $D' = D$ et $\overline{O_2C} = 2f_2'$, ce que l'on vérifie sur la figure ci-dessus.

14) À vous de jouer !

Foyers objet et image du microscope

On peut déterminer les positions des foyers objet F et image F' du microscope, donnés par les séries de conjugaison :

$$\infty \xrightarrow{\text{objectif } \mathcal{L}_1} \mathrm{F}_1' \xrightarrow{\text{oculaire } \mathcal{L}_2} \mathrm{F}' \qquad\qquad F \xrightarrow{\text{objectif } \mathcal{L}_1} \mathrm{F}_2 \xrightarrow{\text{oculaire } \mathcal{L}_2} \infty$$

F est le conjugué de F_2 par l'objectif $\mathcal{L}_1$. Sa position a été déterminé dans la première partie : c'est la position du point A .

15) Pour déterminer F' on remarque que F' et F_1' sont conjugués par l'oculaire $\mathcal{L}_2$. D'après la relation aux foyers :

$$\overline{F_2'F'} \times \overline{F_2F_1'} = -(f_2')^2 \quad \Leftrightarrow \quad \overline{F_2'F'} = -\frac{(f_2')^2}{-\Delta} = \frac{(f_2')^2}{\Delta} \ . \tag{8}$$

De plus, $\boxed{\overline{O_2F'} = \overline{O_2F_2'} + \overline{F_2'F'} = f_2' + \dfrac{(f_2')^2}{\Delta}}$.

16) À vous de jouer !