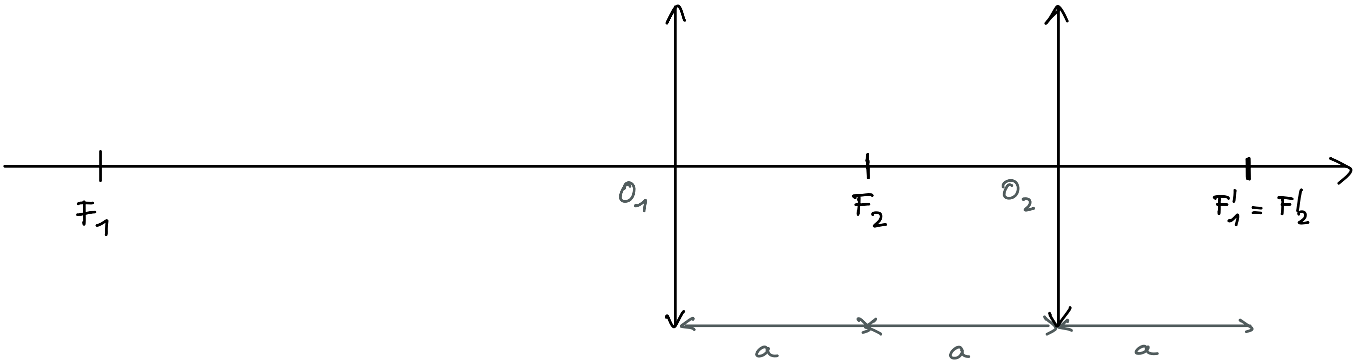
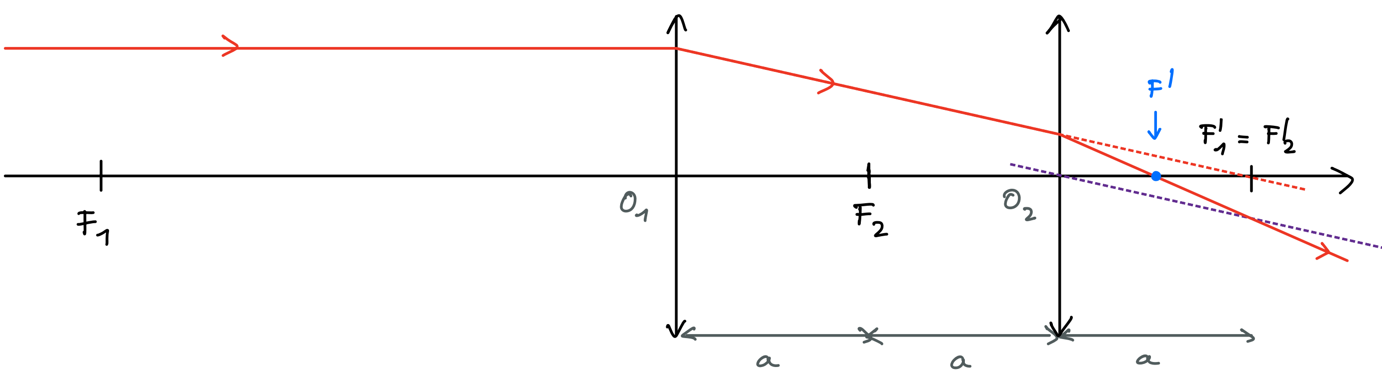
Ex. 2. Oculaire de Huygens.

1) $a > 0$ donc $f'_1 > 0$ et $f'_2 > 0$: les 2 lentilles sont convergentes.

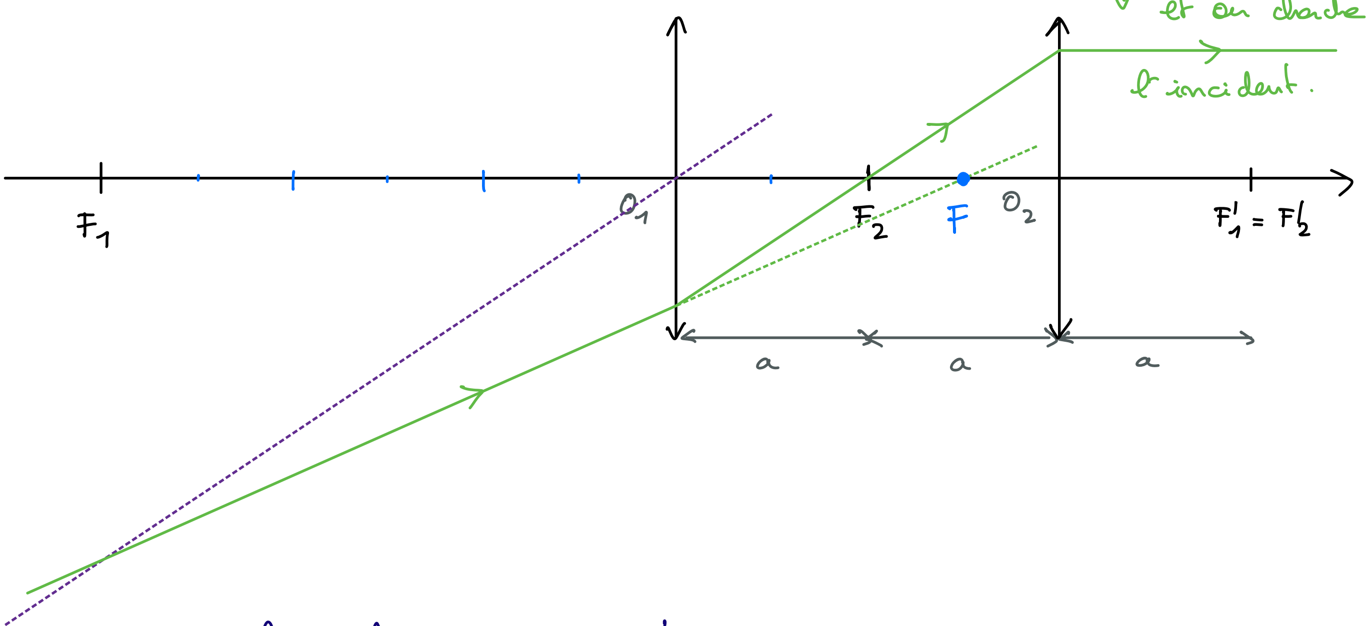


2) F' : point image conjugué d'un point objet à l'infini.
On trace un faisceau de rayon // à l'axe optique. Les rayons émergents du système optique (après avoir traversé $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$) se croisent en F'.



En pratique, un seul rayon suffit. L'intersection du rayon émergent avec l'axe optique est le point F'. En effet un rayon confondu avec l'axe optique n'est pas dévié.

F : point objet conjugué d'un point image à l'infini. On trace un faisceau de rayon émergents du système optique (càd de $\mathcal{L}_2$) parallèles à l'axe optique. Les rayons incidents se croisent en F. Comme pour F', le tracé d'un seul rayon suffit.



3) Avec la définition de F' :

$$A_\infty \xrightarrow{\mathcal{L}_1} F'_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} F'$$

point à l'infini sur l'axe optique (dont est issu un faisceau de rayons // à l'axe optique).

F'_1 et F' sont conjugués par la lentille $\mathcal{L}_2$.

Les foyers jouent manifestement un rôle important dans cet exercice. Utilisons la relation de conjugaison aux foyers.

$$\overline{F_2F'_1} \times \overline{F'_2F'} = -(f'_2)^2 \Rightarrow \overline{F'_2F'} = -\frac{(f'_2)^2}{\overline{F_2F'_1}}$$

or $f'_2 = a$ et $\overline{F_2 F'_1} = \overline{F_2 O_2} + \overline{O_2 F'_1}$

$$= \overline{F_2 O_2} + \overline{O_2 F'_2} = 2 f'_2$$

$$\Rightarrow \overline{F'_2 F'} = -\frac{a^2}{2a} = -\frac{a}{2}$$

ok ! cohérent avec la figure

De même : $F \xrightarrow{\mathcal{L}_1} F_2 \longrightarrow A'_\infty$

point image à l'infini sur l'axe optique

F et F_2 sont conjugués par $\mathcal{L}_1$

Ainsi $\overline{F_1 F} \times \overline{F'_1 F_2} = -(f'_1)^2$ donc $\overline{F_1 F} = -\frac{(f'_1)^2}{\overline{F'_1 F_2}}$

or $\overline{F'_1 F_2} = \overline{F'_1 O_1} + \overline{O_1 F_2} = \overline{F'_1 O_1} + \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 F_2}$

$$= -f'_1 + e - f'_2$$

$$= -(3a) + (2a) - (a)$$

$$= -2a$$

et $f'_1 = 3a$ donc $\overline{F_1 F} = -\frac{(3a)^2}{(-2a)} = +\frac{9}{2}a$

$$= 4{,}5\,a$$

ok avec la figure.

Ex. 3 Loupe d'horloger.

1) Positions des éléments.

e et f' sont à l'échelle. On a pris $d_m = 12$ cm pour la figure

2) L'image $\overrightarrow{A'B'}$ peut être "vue" par l'œil (càd que l'œil peut en former une image sur la rétine, si besoin en accomodant) si A' est au-delà du PP.

donc $A'E \geq d_m$

càd $\overline{EA'} \leq -d_m$.

or $\overline{OA'} = \overline{OE} + \overline{EA'}$ et $\overline{OE} = +e$

donc $\overline{OA'} \leq e - d_m$.

De plus $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$

donc $\dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{f'}$

et $0 \geq \dfrac{1}{\overline{OA'}} \geq \dfrac{1}{e - d_m}$

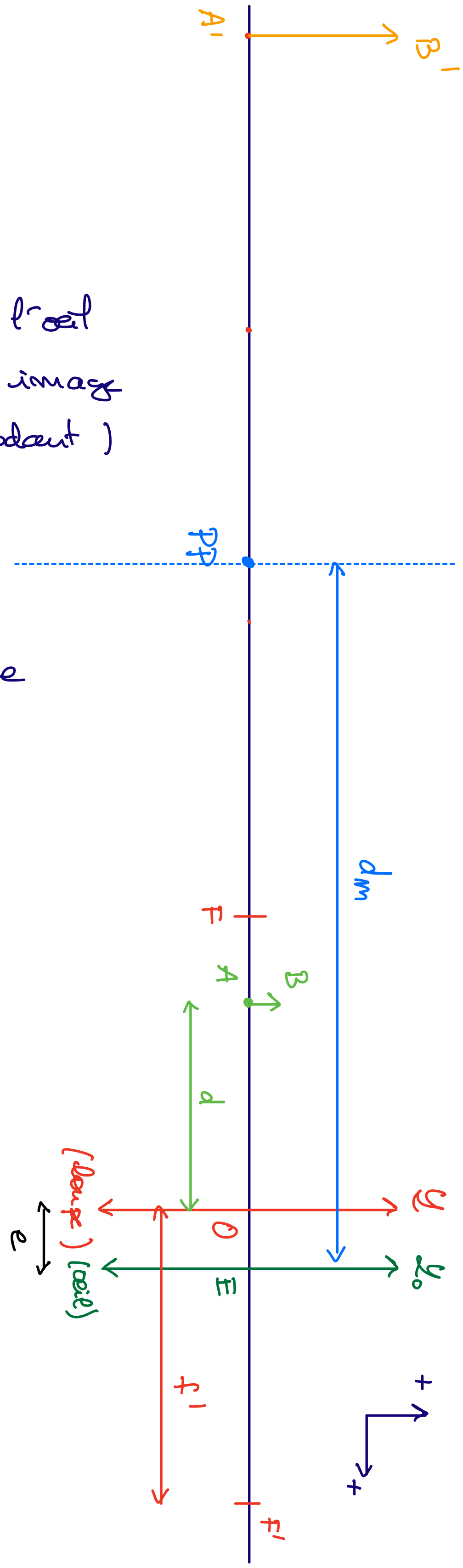
donc $-\dfrac{1}{f'} \geq \dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{f'} \geq \dfrac{1}{e-d_m} - \dfrac{1}{f'}$

donc $-\dfrac{1}{f'} \geq \dfrac{1}{\overline{OA}} \geq \dfrac{1}{e-d_m} - \dfrac{1}{f'}$

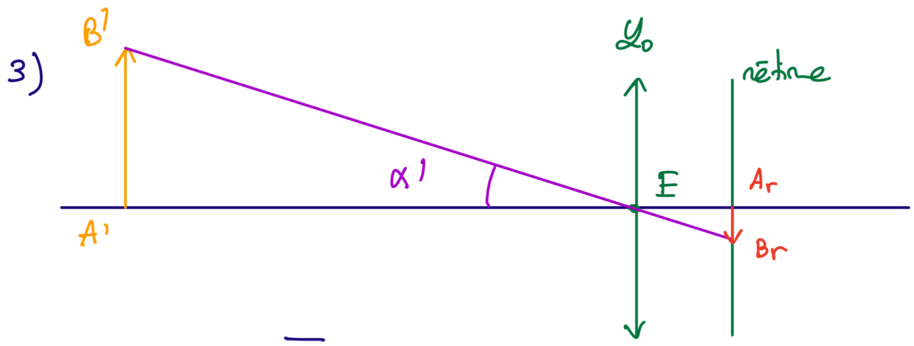
donc $-f' \leq \overline{OA} \leq \dfrac{f'(e-d_m)}{f'-(e-d_m)}$

Finalement, comme $\overline{OA} = -d$

alors $\underbrace{\dfrac{f'(d_m - e)}{f'-(e-d_m)}}_{d_{min} =} \leq d \leq \underbrace{f'}_{d_{max}}$.



3)



$$\tan(\alpha') = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'E}} \qquad (\alpha' > 0)$$

or $\overline{A'B'} = \gamma\,\overline{AB} = \gamma\, h$ avec γ le grandissement de la loupe.

ici $\gamma = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{OA'}}{(-d)}$

or $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'} \Rightarrow \dfrac{1}{\overline{OA'}} = \dfrac{1}{f'} + \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'} - \dfrac{1}{d}$

$= \dfrac{d-f'}{df'}$

$$\overline{OA'} = \frac{df'}{d-f'} < 0$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{f'}{f'-d}$$

De plus $\overline{A'E} = \overline{A'O} + \overline{OE} = -\overline{OA'} + e = \dfrac{df'}{f'-d} + e$

$$\tan(\alpha') = \frac{\dfrac{f'h}{f'-d}}{e + \dfrac{f'd}{f'-d}} = \frac{f'h}{ef'-ed+f'd} = \frac{f'h}{ef'+d(f'-e)}$$

Si $\alpha' \ll 1$ rad alors $\tan(\alpha') \simeq \alpha'$. $\Rightarrow \alpha' = \dfrac{f'h}{ef'+d(f'-e)}$

ici $f' > e$ donc α' est une fonction décroissante de d.

α_{max} est obtenue pour $d = d_{min}$ càd A' au PP

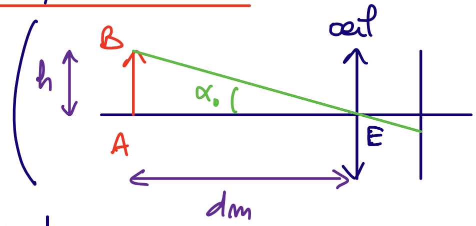
α_{min} ———————— $d = d_{max}$. càd A' au PR.

4). A.N. $e = 1$ cm ; $f' = 5$ cm ; $d_m = 25$ cm ;
$h = 1$ mm.

On trouve $\alpha'_{min} = 0{,}021$ rad.

$\alpha'_{max} = 0{,}025$ rad.

$$\alpha_0 \simeq \tan(\alpha_0) = \frac{h}{d_m}$$



A.N. : $\alpha_0 = 0{,}005$ rad

Le grossissement $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha_0}$ varie entre $G_{min} = 4{,}2$
et $G_{max} = 5$

Rq : Si on place l'oeil au niveau du foyer principal image de la loupe (càd $e = f'$) alors α'
$\alpha' = \dfrac{h}{f'}$ indépendant de d. On retrouve le grossissement commercial $G = \dfrac{d_m}{f'}$ quelle que soit la distance d.