Programme de la semaine du 11 novembre 2024

Cours

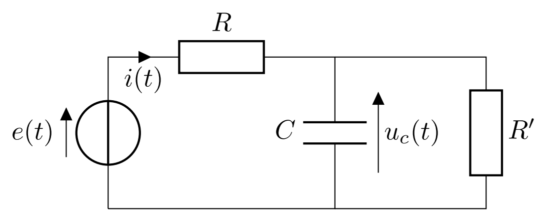
Cette semaine, tous les points du programme de colle pourront faire l'objet d'une question de cours !

Chapitre 6 : Régimes transitoires du premier ordre.

- Définition du régime variable. Définition de l'intensité en régime variable, introduction des grandeurs infinitésimales. Savoir décrire l'approximation des régimes quasi-stationnaires et donner un critère de validité. Savoir que les lois de Kirchhoff s'appliquent dans l'ARQS.
- Dipôle condensateur. Schéma électrique en convention récepteur, relation entre la charge portée par les armatures et la tension, relation courant-tension (à savoir démontrer). Ordre de grandeur des capacités. Dipôle équivalent en régime permanent, modélisation d'un condensateur réel (résistance de fuite). Puissance algébrique reçue en convention récepteur, définition de l'énergie électrostatique stockée par le condensateur. Continuité (au sens mathématique du terme) de la tension aux bornes du condensateur.
- **Réponse d'un circuit RC série à un échelon tension (= réponse indicielle).** Mise en équation du circuit et résolution de l'équation différentielle (pour la tension aux bornes du condensateur) dans le cas d'un échelon de tension en entrée :
$$e(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < 0\,, \\ E & \text{si} \quad t \geq 0\,. \end{cases} \tag{1}$$
Définition de la constante de temps. Savoir tracer l'allure de l'évolution de la tension en fonction du temps (asymptote horizontale, tangente à l'origine). Définition du régime transitoire. Temps de réponse à 63% ; 95%, 99%. Savoir décrire l'expérience de cours (circuit, modélisation du GBF). **Nous n'avons pas encore discuté de la notion de terre pour le placement des voies de l'oscilloscope, qui sera vue en TP.** Savoir calculer l'expression de l'intensité du courant. Savoir mener le bilan de puissance et le bilan d'énergie que l'on pourra écrire sous la forme :
$$\Delta E_C = W_e - W_R\,, \tag{2}$$
en définissant chaque terme. Savoir calculer l'énergie totale reçue (ou fournie) par chaque dipôle et le rendement de la « charge du condensateur. »
- **Exemple du circuit RC « parallèle ».**

Exercice 2 (Circuit RC « parallèle »)

On considère le circuit ci-contre soumis à l'échelon de tension :
$$e(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < 0\,, \\ E & \text{si} \quad t \geq 0\,. \end{cases} \tag{3}$$



On suppose le condensateur initialement « déchargé » : $u_c(t=0) = 0$.

✍ Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension u_c pour $t \geq 0$ et la résoudre en tenant compte de la condition initiale. Interpréter la valeur atteinte en régime permanent.

- **Régime libre du circuit RC série.** Mise en équation, résolution, calcul de l'intensité, tracés, bilan de puissance et d'énergie.
- Dipôle bobine. Schéma électrique en convention récepteur, relation courant-tension. Ordre de grandeur des inductances. Dipôle équivalent en régime permanent, modélisation d'une bobine réelle. Puissance algébrique reçue en convention récepteur, définition de l'énergie magnétique stockée par la bobine. Continuité (au sens mathématique du terme) de l'intensité du courant traversant la bobine. **Exercice de cours :** réponse d'un circuit « RL série » à un échelon de tension : équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant, définition de la constante de temps, résolution, bilan de puissance.

Chapitre 7 : De l'oscillateur harmonique à l'oscillateur amorti. Régimes transitoires du deuxième ordre.

- **Le circuit LC :** savoir mettre en équation le circuit et mettre l'équation sous la forme canonique de l'équation différentielle de l'oscillateur harmonique. Savoir exprimer la pulsation propre en fonction des paramètres du circuit.
- Connaître la forme de la solution générale de l'équation différentielle de l'O.H. Nécessité de connaître 2 conditions initiales pour fixer les 2 constantes d'intégration. Savoir exprimer la période propre.
- Savoir résoudre l'équation dans le cas où $u_C(t=0) = E$ et $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(t=0) = 0$.
- Savoir tracer rigoureusement le graphe de la fonction $u_C(t) = E\cos(\omega_0 t)$.
- Savoir montrer que l'énergie totale du circuit est constante au cours du temps et interpréter les oscillations de la tension et de l'intensité du courant comme un échange d'énergie entre le condensateur et la bobine.

Méthode d'Euler pour les systèmes linéaires du 1er ordre

On applique la méthode d'Euler pour la résolution numérique du problème de Cauchy suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}(t) = f(u(t),t) \ , \quad \text{pour} \quad t \geq t_0 \ , \\ u(t_0) = u_0 \ . \end{cases} \tag{4}$$

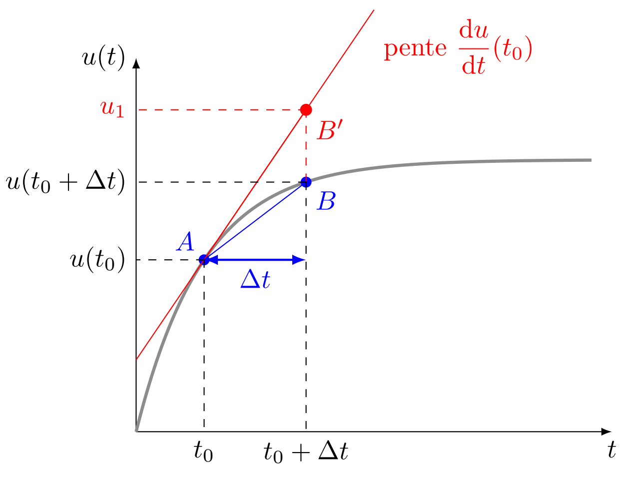
Dans le cas d'un système linéaire du premier ordre, $f(u(t),t) = e(t)/\tau - u(t)/\tau$, avec $\tau > 0$ la **constante de temps** du système et $e(t)$ une fonction quelconque du temps, représentant **l'excitation** du système.

Résoudre numériquement ce problème signifie **déterminer les valeurs approchées** de la fonction u solution aux instants $\{t_1, t_2, \ldots, t_{n-1}\}$ choisis par l'utilisateur ou l'utilisatrice. On notera $\{u_1, u_2, \ldots, u_{n-1}\}$ les **valeurs approchées** de $\{u(t_1), u(t_2), \ldots, u(t_{n-1})\}$.

La méthode d'Euler est basée sur l'approximation suivante :

$$u(t_0 + \Delta t) \simeq u(t_0) + \Delta t \times \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}(t_0) \ . \tag{5}$$

On pourra s'appuyer sur un schéma pour expliquer l'approximation :



Les valeurs approchées $\{u_1, u_2, \ldots, u_{n-1}\}$ sont données par la formule de récurrence :

$$u_{k+1} \overset{\text{def.}}{=} u_k + \Delta t \times f(u_k, t_k) \ , \qquad k = 0, 1, \ldots n-2 \ , \tag{6}$$

avec Δt le pas de temps, tel que $t_{k+1} = t_k + \Delta t$ (on choisit des instants régulièrement espacés).

Savoir justifier le choix du pas de temps Δt et de l'instant final $t_f = t_{n-1}$.

Savoir coder une fonction en Python permettant de résoudre une équation différentielle du 1er ordre à l'aide de la méthode d'Euler. Je propose la fonction suivante `euler(f,u0,t)` prenant **3 paramètres :**

- une fonction `f` de 2 variables, qui donne la dérivée de la fonction u ;
- un nombre `u0`, qui représente la condition initiale $u(t_0) = u_0$;
- un tableau numpy `t`, qui représente l'ensemble des instants $\{t_0, t_1, \dots, t_{n-1}\}$ auxquels on cherche à évaluer la fonction u .

T.S.V.P.

Le **code** de la fonction :

```python
def euler(f,u0,t):
    """
    Fonction implémentant la méthode d'Euler pour l'équation diff. du/dt = f(u(t),t)

    Entrée
    -------------------------------
    f : fonction donnant du/dt (fonction de 2 variables)
    u0 : condition initiale u(t_0) = u_0 (float)
    t : tableau numpy représentant les instants (t_0,t_1,...,t_n-1) auxquels évaluer u(t)

    Sortie
    -------------------------------
    tableau numpy représentant les u(t_k)
    """
    n = len(t)
    dt = t[1]-t[0]
    sol = np.zeros(n)
    sol[0] = u0
    for k in range(n-1):
        sol[k+1] = sol[k] + dt*f(sol[k],t[k])
    return sol
```

Exercices

Exercices sur le **Chapitre 6.**