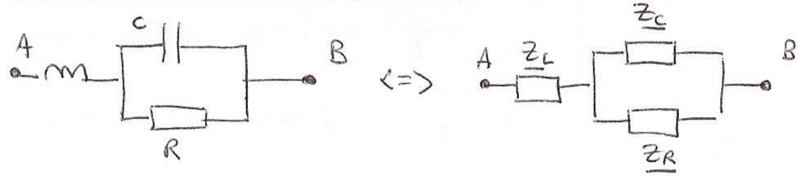
Feuille d'exos n° 9 RSF.

Exo 1 : Impédance équivalente.



avec $\underline{Z}_L = jL\omega$, $\underline{Z}_C = \dfrac{1}{jC\omega}$ et $\underline{Z}_R = R$

le condensateur et la résistance sont en parallèle, l'association des 2 est en série avec la bobine.

$$\underline{Z}_{eq} = \underline{Z}_L + \frac{\underline{Z}_C\,\underline{Z}_R}{\underline{Z}_C + \underline{Z}_R} = jL\omega + \frac{R/jC\omega}{\frac{1}{jC\omega} + R}$$

$$= jL\omega + \frac{R}{1 + jRC\omega}$$

Ce dipôle est équivalent à une résistance lorsque $Im(\underline{Z}_{eq}) = 0$ (partie imaginaire nulle).

Ici $\underline{Z}_{eq} = jL\omega + \dfrac{R}{1 + jRC\omega} = jL\omega + \dfrac{R(1 - jRC\omega)}{(1 + jRC\omega)(1 - jRC\omega)}$

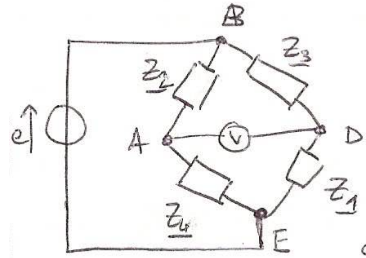
$$= jL\omega + \frac{R - jR C\omega}{1 + R^2C^2\omega^2} = \frac{R}{1 + R^2C^2\omega^2} + j\left(L\omega - \frac{R^2C\omega}{R^2C^2\omega^2 + 1}\right)$$

$Im(\underline{Z}_{eq}) = 0 \iff \boxed{L = \dfrac{R^2C}{1 + R^2C^2\omega^2}}$ Avec cette valeur de l'inductance $\boxed{\underline{Z}_{eq} = \dfrac{R}{1 + R^2C^2\omega^2}}$

Exo 4 : pont de Maxwell.

On analyse le pont de Maxwell exactement comme on avait analysé le pont de Wheatstone dans la feuille d'exercice n° 5.

Introduisons les notations suivantes :



$$u_{AB} = V_A - V_D = (V_A - V_B) + (V_B - V_D)$$
$$= -u_{BA} + u_{BD}$$

Le voltmètre est considéré comme idéal. et aucun courant ne circule dans cette branche.

Ainsi les impédances $\underline{Z}_2$ et $\underline{Z}_4$ sont en serie.

On applique le diviseur de tension pour trouver u_{BA}

$$\underline{u_{BA}} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_4} \underline{e}$$

De même, $\underline{Z}_3$ et $\underline{Z}_1$ sont en série.

$$\underline{u_{BD}} = \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} \underline{e}$$

avec $\underline{Z}_2 = R_2$, $\underline{Z}_1 = R_1$, $\underline{Z}_3 = r + jL\omega$, $\underline{Z}_4 = \frac{R}{1 + jRC\omega}$

$$\underline{u_{AD}} = \underline{e} \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_1 - \underline{Z}_3 \underline{Z}_4}{(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_4)(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3)}$$

2). $\underline{u_{AD}} = 0 \iff \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 \underline{Z}_4$

$$R_1 R_2 = (r + jL\omega)\frac{R}{1 + jRC\omega} = R(r + jL\omega)\frac{1 - jRC\omega}{1 + R^2C^2\omega^2}$$

$$= \frac{R\left(r + LRC\omega^2\right)}{1 + R^2C^2\omega^2} + jR\left(\frac{L\omega - rRC\omega}{1 + R^2C^2\omega^2}\right)$$

La partie imaginaire du membre de droite est nulle

càd $L\omega = rRC\omega \Leftrightarrow \frac{L}{r} = RC$.

Il reste $R_1 R_2 = \frac{Rr\left(1 + \frac{L}{r}RC\omega^2\right)}{1 + R^2C^2\omega^2} = \frac{Rr\left(1 + R^2C^2\omega^2\right)}{1 + R^2C^2\omega^2}$

$= Rr$

Soit $\boxed{r = \frac{R_1R_2}{R}}$ et donc $\boxed{L = R_1R_2C}$

On peut donc déduire à la fois L et r, connaissant R_1, R_2, R et C.