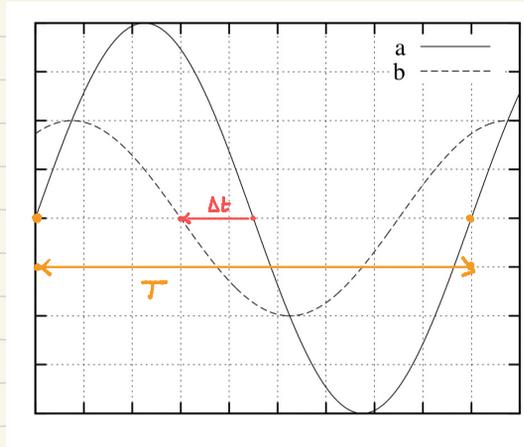


TD 9 : RSF.

Exo 2.



- 1) $\varphi_{b/a} = -2\pi \frac{\Delta t}{T}$ → en allant de a vers b.
avec Δt le décalage temporel entre les 2 courbes.
et T la période des signaux.

On mesure $T = 9$ divisions ($= 9 \text{ ms}$)

et $\Delta t = -1,5$ divisions ($= -1,5 \text{ ms}$)

$$\Rightarrow \varphi_{b/a} = 2\pi \times \frac{1,5}{9} = 2\pi \times \frac{1}{6} = \frac{\pi}{3} \text{ rad.}$$

Rq: $\varphi_{b/a} \in [-\pi, \pi]$ (ok).

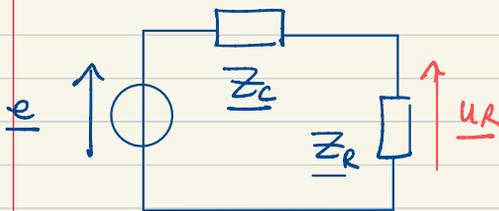
La courbe b est en avance sur la courbe a.

2) Les 2 tensions sont sinusoïdales, à la même période. On peut faire l'hypothèse de RSE, à la pulsation $\omega = 2\pi/T$ avec $T = 9\text{ms}$.

On pose $e(t) = E_m \cos(\omega t)$

$u_R(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$.

Représentation complexe: $\underline{e}(t) = \underline{E}_m e^{j\omega t}$; $E_m = E_m$
et $\underline{u}_R(t) = \underline{U}_m e^{j\omega t}$; $U_m = U_m e^{j\varphi}$



Part division de tension.

$$\underline{u}_R = \frac{\underline{Z}_R}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_C} \underline{e}$$

$$\Rightarrow \underline{U}_m = \frac{\underline{Z}_R}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_C} \underline{E}_m \quad \text{avec } \underline{Z}_R = R$$

$$\text{et } \underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$$

$$\underline{U}_m = \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}} \underline{E}_m \Rightarrow \underline{U}_m = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} \underline{E}_m //$$

Posons $z = RC$

$$\underline{U_m} = \frac{j\omega z}{1 + j\omega z} \underline{E_m}$$

$$\Rightarrow U_m = |\underline{U_m}| = \frac{|j\omega z|}{|1 + j\omega z|} |\underline{E_m}| \Rightarrow U_m = \frac{\omega z}{\sqrt{1 + (\omega z)^2}} E_m$$

On en déduit immédiatement que $U_m < E_m$
(quelque soit ω).

et donc la courbe de plus faible
amplitude (la courbe b)
correspond à $u_R(t)$

Calculons la phase par vérification :

$$\begin{aligned} \varphi &= \text{Arg } \underline{U_m} = \text{Arg}(\underline{E_m}) + \text{Arg}(j\omega z) \\ &\quad - \text{Arg}(1 + j\omega z) \\ &= 0 + \frac{\pi}{2} - \text{Arctan}(\omega z). \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} - \text{Arctan}(\omega z)$$

$\varphi(\omega)$ est une fonction strictement
décroissante et positive.

car $\text{Arctan}(\omega z) \in [0, \pi/2]$ qd $\omega \in [0, +\infty[$

donc $\varphi > 0$

→ la courbe de u_R est en avance sur celle de $e(t)$

→ c'est bien la courbe b

3) On peut utiliser la phase ou l'amplitude.

Amplitude: On mesure $\frac{U_m}{E_m} = \frac{1}{2}$ pour $T = 9 \text{ ms}$.

$$\text{donc } \frac{\omega \tau}{\sqrt{1 + (\omega \tau)^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\omega \tau)^2 = \frac{1}{4} (1 + (\omega \tau)^2)$$
$$\Rightarrow (\omega \tau)^2 = 1/3$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{1}{\omega \sqrt{3}} \Rightarrow \tau = \frac{T}{2\pi \sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow RC = \frac{T}{2\pi \sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{R} \frac{T}{2\pi \sqrt{3}}$$

$$\underline{AN} : C = \frac{1}{100} \times \frac{1}{2\pi} \times \frac{9 \times 10^{-3}}{\sqrt{3}}$$

$$\underline{C = 8,3 \times 10^{-6} \text{ F}} \quad \text{b}$$

Phase : $\frac{\pi}{2} - \text{Arctan}(\omega R) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{Arctan}(\omega R) = \frac{\pi}{6}$

$$\omega R = \tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\Rightarrow \underline{\omega R = 1/\sqrt{3}}$ \Rightarrow on obtient la même eq^o pour R qu'avec l'amplitude.