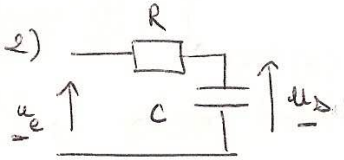
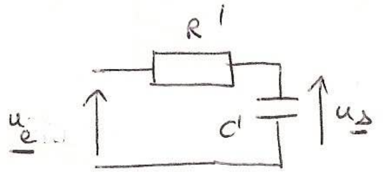
Ex 6 Mise en cascade de filtres.

1) Ce sont 2 filtres passe-bas du 1er ordre.

2)

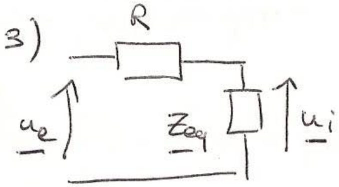




$$\frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}} = \underline{H_1}(j\omega) = \frac{1}{1+jRC\omega} \qquad \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}} = \underline{H_2}(j\omega) = \frac{1}{1+jR'C'\omega}$$

$$\underline{H_1}(j\omega)\,\underline{H_2}(j\omega) = \frac{1}{(1+jRC\omega)}\,\frac{1}{(1+jR'C'\omega)} = \frac{1}{1-RR'CC'\omega^2+j(RC+R'C')\omega}$$ //

3)



$$\frac{1}{\underline{Z_{eq}}} = jC\omega + \frac{1}{R' + \frac{1}{jC'\omega}}$$

$$= jC\omega + \frac{jC'\omega}{1+jR'C'\omega}$$

$$= \frac{-R'C'C\omega^2 + j(C+C')\omega}{1+jR'C'\omega}$$

$$\underline{u_i} = \frac{\underline{Z_{eq}}}{R+\underline{Z_{eq}}}\,\underline{u_e} = \frac{\underline{u_e}}{1+\frac{R}{\underline{Z_{eq}}}}$$

$$= \frac{\underline{u_e}}{1 + \frac{-RR'CC'\omega^2 + jR(C+C')\omega}{1+jR'C'\omega}}$$

$$\underline{u_i} = \frac{(1+jR'C'\omega)\,\underline{u_e}}{1-RR'CC'\omega^2 + j(R'C' + R(C+C'))\omega}$$ //

$$\underline{u_s}(t) = \frac{\frac{1}{jC'\omega}}{R' + \frac{1}{jC'\omega}}\,\underline{u_i} = \frac{1}{1+jR'C'\omega}\,\underline{u_i}$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}}$$

$$= \frac{1}{1-RR'CC'\omega^2 + j(R(C+C')+R'C')\omega}$$ //

4) Si $R = R'$ et $C = C'$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 - R^2C^2\omega^2 + 3jRC\omega}$$

$$\underline{H_1}(j\omega)\,\underline{H_2}(j\omega) = \frac{1}{1 - R^2C^2\omega^2 + 2jRC\omega} \neq \underline{H}(j\omega)$$

5) $RC = 2{,}2 \times 10^3 \times 100 \times 10^{-9} = 2{,}2 \times 10^{-4}\ s.$

Posons $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

alors $\omega_0 = 4{,}55 \times 10^3\ rad.s^{-1}$

et en posant $\omega_0 = 2\pi f_0 \Rightarrow f_0 = 723\ Hz.$
(proche de 730 Hz).

$$\underline{H}(f) = \frac{1}{1 - \frac{f^2}{f_0^2} + 3j\frac{f}{f_0}}$$

$$\underline{H_1}(f)\,\underline{H_2}(f) = \frac{1}{1 - \frac{f^2}{f_0^2} + 2j\frac{f}{f_0}} = \underline{H}'(f)$$

Un déphasage de $-90°$ ($-\frac{\pi}{2}$ rad) correspond à une fonction de transfert imaginaire pure.

Dans les deux cas cela se produit pour $f = f_0$

$$\underline{H}(f_0) = \frac{1}{3j} \qquad \underline{H}'(f_0) = \frac{1}{2j}$$

Le gain associé au 2 fonctions de transfert est :

$$G(f_0) = \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad G(f_0) = \frac{1}{2}$$

le rapport des amplitudes de sortie et d'entrée est $\frac{7{,}5}{2{,}5} = \frac{1}{3}$.

On observe bien la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ et pas $\underline{H}' = \underline{H_1}\,\underline{H_2}$

6) Une fois le montage suiveur intercalé le gain mesuré est $G = \frac{3{,}7}{7{,}4} = \frac{1}{2}$,

ce qui correspond à la fonction de transfert $\underline{H_1}\,\underline{H_2}$.

7) Si $R' \gg R$ alors $\underline{H} \simeq \underline{H_1}\underline{H_2}$. L'impédance d'entrée du 2ème filtre est très grande devant l'imp. de sortie du 1er.