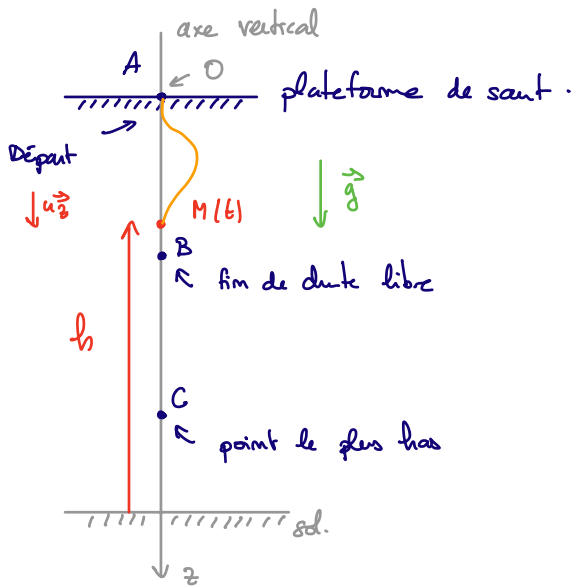


Ex. 4 Saut à l'élastique.



Syst. point matériel M, de masse M.

Réf. fenêtre supposée galiléenne.

Règne : cartésien $(O, \vec{u}_z)$; mot rectiligne

Bilan des forces.

- poids $\vec{P}$, conservative.
- force de rappel du ressort $\vec{F}$, conservative, si M en dessous de B.

1) On applique le TEM entre A et B :

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0 \quad \text{donc} \quad \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 + m g (h_B - h_A) = 0$$

$$\Rightarrow \underline{v_B = \sqrt{2 g h}} //$$

Puis entre B et C (élastique tendu).

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0 \quad \text{donc} :$$

$$\frac{1}{2} m v_C^2 - \frac{1}{2} m v_B^2 + m g (h_C - h_B) + \frac{1}{2} k (l_C - l_0)^2 = 0$$

$$\text{avec } h_B - h_C = l_C - l_0 !$$

$$\text{donc } - m g (\underbrace{l_C - l_0}_{\Delta l}) + \frac{1}{2} k (\underbrace{l_C - l_0}_{\Delta l})^2 - \frac{1}{2} m v_B^2 = 0$$

$$\text{donc } \frac{1}{2} k \Delta l^2 - m g \Delta l - \frac{1}{2} m v_B^2 = 0$$

$$\Delta = (m g)^2 + k m v_B^2 \Rightarrow \Delta l = \frac{m g}{k} \pm \frac{\sqrt{(m g)^2 + \frac{1}{2} m v_B^2}}{k}$$

$$\Rightarrow \Delta l = \frac{m g}{k} + \sqrt{\left(\frac{m g}{k}\right)^2 + \frac{m}{k} v_B^2}$$

racine positive.

Hauteur totale de chute = longueur du ressort au point C :

$$l_c = l_0 + \Delta l = l_0 + \underbrace{\frac{mg}{k}}_{\text{longueur à l'équilibre.}} + \underbrace{\sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + m \frac{v_B^2}{k}}}_{\text{amplitude du mt sinusoidal autour de la position d'équilibre.}}$$

2) ... mt périodique. Frottements : l'amplitude des oscillations diminue et le sauteur s'immobilise à la position d'équilibre.

3) $E_p(z) = mgh + C = mg(h_A - z) + C$ si $z \leq z_B$.

$$E_p(z) = mgh + \frac{1}{2}k(z - l_0)^2 + C' = mg(h_A - z) + \frac{1}{2}k(z - l_0)^2 + C'$$

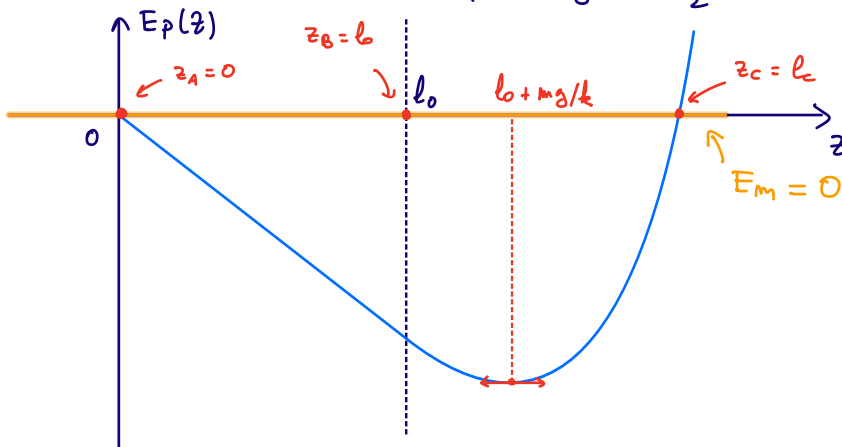
Origine de E_p en $z = 0$?

si $z > z_B$.

alors $E_p(z=0) = 0 \Rightarrow C = -mg h_A \Rightarrow E_p(z) = -mgz$

Puis continuité de E_p en z_B : $-mgz_B = mg(h_A - z_B) + \frac{1}{2}k(z_B - l_0)^2 + C'$
 $C' = -mg h_A$

Finalement : $E_p(z) = \begin{cases} -mgz & \text{si } z \leq z_B = l_0 \\ -mgz + \frac{1}{2}k(z - l_0)^2 & \text{si } z > z_B \end{cases}$



L'énergie mécanique est constante ($E_m = 0$ avec les C.I.). L'intersection de la droite horizontale ($E_m = 0$) avec le graphe de E_p permet de repérer le point C.