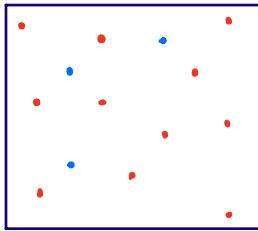


Ex. 3 Fuite de gaz



Trou de
section S

- 1) L'air s'échappe par le trou de section S. le gaz étant parfait on traite indépendamment N_2 et O_2 (hypothèse du gaz parfait). On note $N_1(t)$ et $N_2(t)$ le nombre de molécules de N_2 et O_2 , respectivement, à l'instant t .

Le nombre de molécules N_2 quittant le réservoir entre t et $t+dt$ est égal au nombre de molécules présentes à l'instant t dans le cylindre de base S et de longueur $v_z^+ dt$, soit :

$$\underbrace{\frac{1}{6}}_{\text{isotropie}} \underbrace{\frac{N_1(t)}{V}}_{\text{densité partiulaire moyenne dans toute l'enceinte}} \underbrace{(v_z^+ dt) S}_{\text{volume du cylindre}}$$

densité partiulaire moyenne dans toute l'enceinte. Comme le trou est très petit, on suppose que la répartition des molécules est homogène, malgré la fuite. Contrairement au calcul de la pression cinétique, la densité varie car le nombre de particules varie. Si dt est suffisamment petit, on suppose que la densité ne varie pas pendant t et $t+dt$!

$$\begin{aligned} \text{Ainsi } N_1(t+dt) - N_1(t) &= - \frac{1}{6} \frac{N_1(t)}{V} S v_z^+ dt \\ &= \frac{dN_1}{dt}(t) dt \quad \Rightarrow \quad \frac{dN_1}{dt}(t) + \underbrace{\frac{1}{6} \frac{S v_z^+}{V}}_{= 1/\tau_1} N_1(t) = 0. \end{aligned}$$

$$\text{De même pour } O_2 : \frac{dN_2}{dt}(t) + \frac{1}{\tau_2} N_2(t) = 0$$

$$\text{avec } \frac{1}{\tau_2} = \frac{1}{6} \frac{S v_z^+}{V}$$

$$\text{Alors : } N_1(t) = N_{1,0} e^{-t/\tau_1} \quad \text{et} \quad N_2 = N_{2,0} e^{-t/\tau_2}$$

Pour les pressions partielles, d'après la loi des GP:

$$P_{N_2}(t) = \frac{N_2(t)}{N_A} \frac{RT_0}{V} \quad \text{et} \quad P_{O_2}(t) = \frac{N_2(t)}{N_A} \frac{RT_0}{V}$$

$$\text{et} \quad \frac{P_{N_2}(t)}{P_{O_2}(t)} = e^{-t\left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2}\right)} \quad \text{or} \quad v_1^+ = \sqrt{\frac{3RT_0}{M_1}} \quad \text{et} \quad v_2^+ = \sqrt{\frac{3RT_0}{M_2}}$$

$$\text{et} \quad M_1 < M_2 \quad \text{donc} \quad v_1^+ > v_2^+$$

$$\text{donc} \quad \frac{1}{\tau_1} > \frac{1}{\tau_2}$$

$$\text{Ainsi} \quad \frac{P_{N_2}(t)}{P_{O_2}(t)} \rightarrow 0 \quad \text{qd} \quad t \rightarrow +\infty$$

$$2) \text{ A.N. à faire.} \quad P(t) = P_{O_2}(t) + P_{N_2}(t).$$