TD 1
Analyse dimensionnelle. Ordres de grandeurs.

Ex. 1 Grandeurs dérivées ✎

1) Il faut connaître l'aire des figures planes usuelles :
- aire d'un carré : $A = a^2$, avec a la longueur du côté ;
- aire d'un rectangle : $A = a \times b$, avec a, b les longueurs des côtés ;
- aire d'un disque : $A = \pi r^2$, avec r le rayon (une longueur).

Dans tous ces exemples, l'aire est homogène à une longueur au carré. On généralise à toute surface : $\boxed{[\text{surface}] = L^2}$.

2) De même, il faut connaître le volume des figures tridimensionnelles usuelles :
- volume d'un cube : $V = a^3$, avec a la longueur d'une arête ;
- volume d'un pavé droit : $V = a \times b \times c$, avec a, b, c les longueurs des arêtes ;
- volume d'une boule : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, avec r le rayon (une longueur).

Dans tous les exemples, le volume est homogène à une longueur au cube. On généralise à tout volume : $\boxed{[\text{volume}] = L^3}$.

3) On peut manipuler les formules obtenues en 1) et 2) :

$$[\text{volume}] = L^3 = L^2 \times L \quad \text{donc} \quad \boxed{[\text{volume}] = [\text{surface}] \times L} . \tag{1}$$

Cela est cohérent avec la formule du volume du pavé droit : $V = (a \times c) \times b = (\text{surface de la base}) \times \text{hauteur}$.

Le volume du cylindre est de la même forme : $V = (\text{surface de la base}) \times \text{hauteur}$, ici $\boxed{V = \pi r^2 \times h}$.

4) On utilise les définitions d'une vitesse et d'une accélération :
- vitesse : $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \boxed{[\text{vitesse}] = L \times T^{-1}}$.
- accélération : $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \boxed{[\text{accélération}] = [\text{vitesse}] \times T^{-1} = L \times T^{-2}}$.

5) Deuxième loi de Newton : $\overrightarrow{F} = m\overrightarrow{a}$ avec m la masse d'un corps, $\overrightarrow{F}$ la résultante des forces, et $\overrightarrow{a}$ le vecteur accélération. Donc : $\boxed{[\text{force}] = M \times [\text{accélération}] = M \times L \times T^{-2}}$.

5) On utilise l'expression de l'énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ donc $\boxed{[\text{énergie}] = M \times [\text{vitesse}]^2}$ donc $[\text{énergie}] = M \times (LT^{-1})^2 = M \times L^2 \times T^{-2}$ donc $\boxed{[\text{énergie}] = M \times L^2 \times T^{-2}}$.

En réorganisant : $[\text{énergie}] = M \times L^2 \times T^{-2} = (M \times L \times T^{-2}) \times L$. donc $\boxed{[\text{énergie}] = [\text{force}] \times L}$. Cette dernière expression est cohérente avec l'expression du travail W d'une force F appliqué sur un objet parcourant la distance ℓ : $W = F \times \ell$.

6) D'après la définition de l'énoncé : $\boxed{[\text{puissance}] = [\text{énergie}] \times T^{-1} = M \times L^2 \times T^{-3}}$.

Or $[\text{énergie}] = [\text{force}] \times L$ donc $[\text{puissance}] = [\text{force}] \times L \times T^{-1}$ donc $\boxed{[\text{puissance}] = [\text{force}] \times [\text{vitesse}]}$.

7) D'après la définition de l'énoncé : $\boxed{[\text{pression}] = [\text{force}]/[\text{surface}] = [\text{force}] \times L^{-2}}$. Or $[\text{force}] = [\text{énergie}]/L$ donc $[\text{pression}] = [\text{énergie}]/(L \times L^2) = [\text{énergie}]/(L^3)$ donc $\boxed{[\text{pression}] = [\text{énergie}]/[\text{volume}]}$.

Ex. 2 Vérifier l'homogénéité d'une formule littérale ✎

1) Portée d'un tir : $x = \dfrac{v^2 \sin(2\alpha)}{g}$.

Or $\sin(2\alpha)$ est sans dimension, $[v^2] = L^2 \times T^{-2}$ et $[g] = L \times T^{-2}$ donc :

$$[x] = \frac{L^2 \times T^{-2}}{L \times T^{-2}} = L \ , \quad \boxed{\text{donc la formule est homogène.}}$$

2) Fréquence d'un pendule simple : $f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$.

Or $[g/\ell] = L \times T^{-2}/L = T^{-2}$ donc $[f] = \sqrt{T^{-2}} = T^{-1}$, donc $\boxed{\text{la formule est homogène.}}$

3) Surpression hydrostatique : $\Delta p = \rho\, g\, h$.

Or $[\rho] = M \times L^{-3}$, $[g] = L \times T^{-2}$ et $[h] = L$ donc $[\Delta p] = M \times L^{-3} \times L\, T^{-2} \times L = M\, L^{-1} T^{-2}$. On retrouve bien la dimension d'une pression trouvée dans l'exercice Ex. 1, donc $\boxed{\text{la formule est homogène.}}$

4) Rayon d'une orbite géostationnaire : $r = \left(\dfrac{g\, R^2}{\Omega^2}\right)^{1/3}$.

Or $[g] = L \times T^{-2}$, $[R^2] = L^2$, donc $[g\, R^2] = L^3 \times T^{-2}$. De plus $[\Omega] = T^{-1}$ (car l'unité rad, qui est l'unité d'un angle, est sans dimension) donc $[\Omega^2] = T^{-2}$ ainsi :

$$\left[\frac{gR^2}{\Omega^2}\right] = \frac{L^3 \times T^{-2}}{T^{-2}} = L^3, \quad \text{donc} \quad [r] = \left(L^3\right)^{1/3} = L \quad \text{donc} \quad \boxed{\text{la formule est homogène.}}$$

5) Longueur de Compton : $\lambda_c = \dfrac{h}{m_e\, c}$.

D'après l'unité de la constante de Planck, $[h] = [\text{énergie}] \times T = (M \times L^2 \times T^{-2}) \times T = M \times L^2 \times T^{-1}$. De plus $[m_e c] = M \times (L \times T^{-1}) = M \times L \times T^{-1}$ donc

$$[\lambda_c] = \frac{M \times L^2 \times T^{-1}}{M \times L \times T^{-1}} = L\ , \quad \text{donc} \quad \boxed{\text{la formule est homogène.}}$$

Ex. 3 Unités de grandeurs dérivées ✎ ✪

1) $[\text{force}] = [\text{masse}] \times [\text{acceleration}] = M.L.T^{-2}$. On en déduit que $\boxed{1\,\mathrm{N} = 1\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-2}}}$.

2) L'expression de l'énergie cinétique est $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, soit $[\text{énergie}] = [\text{masse}] \times [\text{vitesse}]^2 = M.L^2.T^{-2}$. On en déduit que $\boxed{1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-2}}}$.

3) $[\text{puissance}] = [\text{énergie}]/[\text{temps}] = M.L^2.T^{-3}$, soit $\boxed{1\,\mathrm{W} = 1\,\mathrm{J{\cdot}s^{-1}} = 1\,\mathrm{kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-3}}}$.

De plus $[\text{tension}] = [\text{puissance}]/[\text{intensité}] = M.L^2.T^{-3}.I^{-1}$, soit $\boxed{1\,\mathrm{V} = 1\,\mathrm{W{\cdot}A^{-1}} = 1\,\mathrm{kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-3}{\cdot}A^{-1}}}$.

4) L'unité proposée sur le compteur électrique « kVA » n'est pas correctement écrite. Il faut lire kV·A, soit 1000 V·A. Or d'après la question précédente, 1 V·A = 1 W. Ainsi l'installation électrique de cette maison peut délivrer une puissance maximale de 12 kW. Les habitants pourront installer la borne de recharge dont la puissance est inférieure.

Ex. 4 Vérifier l'homogénéité d'une formule littérale (II) ✪

Important : on peut tout à fait traiter cet exercice exactement comme l'exercice Ex. 2, et ce serait très bien ! N'hésitez pas à le faire par vous-même.

Je souhaite cependant vous montrer par ces quelques exemples que l'on peut accélérer l'analyse en reconnaissant les grandeurs dérivées usuelles (force, énergie, pression, etc.). Cela demande un peu de pratique et nous nous exercerons ensemble pendant toute l'année ! Je vous montrerai tous mes trucs et astuces.

1) Force de traînée : $F = \frac{1}{2}\, C_x\, \rho\, v^2\, S$, avec C_x sans dimension.

F est une force, et S est une surface. Ainsi la relation est homogène si et seulement si le terme ρv^2 est homogène à une pression, car $[\text{force}] = [\text{pression}] \times [\text{surface}]$. **Stratégie : on cherche donc à montrer que ρv^2 est homogène à une pression :**

$$[\rho v^2] = \frac{M \times [\text{vitesse}]^2}{L^3} = \frac{[\text{énergie}]}{L^3} = [\text{pression}], \quad \text{donc} \quad \boxed{\text{la formule est homogène.}}$$

Remarque 1 : On a utilisé le résultat de l'exercice Ex. 1 : $[\text{pression}] = [\text{énergie}]/[\text{volume}]$ mais si besoin on peut faire une étape de plus :

$$[\rho v^2] = \frac{M \times [\text{vitesse}]^2}{L^3} = \frac{[\text{énergie}]}{L^3} = \frac{[\text{force}] \times L}{L^3} = \frac{[\text{force}]}{L^2} = [\text{pression}]\ .$$

Remarque 2 : en dynamique de fluides, la quantité ρv^2 est appelée *pression dynamique*.

2) Vitesse de propagation dans une tige : $v = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{E}{\rho}\,\dfrac{D}{\lambda}}$.

Quelques observations pour gagner du temps :

— $\pi/2$ est un nombre sans dimension ;
— D/λ est sans dimension (rapport de longueurs) ;
— E (module de Young) est homogène à une *pression*.

Travaillons sur la dimension du terme E/ρ sous la racine :

$$\left[\frac{E}{\rho}\right] = \frac{[\text{pression}]}{[\text{masse}]/[\text{volume}]} = \frac{[\text{pression}] \times [\text{volume}]}{[\text{masse}]} = \frac{[\text{énergie}]}{[\text{masse}]} = [\text{vitesse}]^2 \ .$$

On a encore utilisé [pression] = [énergie]/[volume] puis [énergie] = $M \times [\text{vitesse}]^2$, en se rappelant de la formule de l'énergie cinétique ! Finalement :

$$\left[\sqrt{\frac{E}{\rho}}\right] = [\text{vitesse}] \quad \text{donc} \quad \boxed{\text{la formule est homogène.}}$$

3) Champ électrique critique de Schwinger : $E_s = \dfrac{m_e^2 c^3}{e\, h}$.

Il faut utiliser à fond les indications. D'après l'énoncé : [champ électrique] = [force]/[charge]. Ainsi la relation définissant le champ électrique E_s est homogène si et seulement si le terme $m_e^2 c^3/h$ est homogène à une force. Essayons de le vérifier, en profitant du deuxième indice. Reconnaît-on la longueur de Compton $\lambda_c = h/(m_e c)$? Mais oui !

$$\frac{m_e^2 c^3}{h} = m_e c^2 \times \frac{m_e c}{h} = \frac{m_e c^2}{\lambda_c} \ . \tag{2}$$

Or le terme $m_e c^2$ est homogène à une énergie (c'est l'énergie de masse de l'électron selon la formule d'Einstein, la formule la plus célèbre de la physique) (si on ne pense pas à Einstein, et on n'est pas obligé, on se rappelle que [énergie] = $M \times [\text{vitesse}]^2$). Ainsi :

$$\left[\frac{m_e^2 c^3}{h}\right] = \frac{[m_e c^2]}{[\lambda_c]} = \frac{[\text{énergie}]}{L} = [\text{force}] \ , \tag{3}$$

où l'on a utilisé [énergie] = [force] $\times L$. Ainsi E_s est $\boxed{\text{bien homogène à un champ électrique !}}$

Ex. 5 Troisième loi de Kepler ✪

1) $[k] = T^2.L^{-3}$.

2) On a $[\text{force}] = M.L.T^{-2}$. On en déduit $[G] = [\text{force}] \times L^2/(M^2) = M^{-1}.L^3.T^{-2}$. On pose $k = \kappa G^\alpha M_\odot^\beta$ avec κ une constante sans dimension. La relation est homogène ssi $\alpha = -1$ et $\beta = -1$, soit $\boxed{k = \dfrac{\kappa}{MG}}$.

3) On peut calculer le rapport T^2/a^3 et vérifier qu'il est à peu près constant pour tous les couples donnés. La moyenne des valeurs obtenues donnent : $k = 3{,}978 \times 10^{-20}\,\text{jour}^2{\cdot}\text{km}^{-3}$. On en déduit pour la Terre $\boxed{a = 149{,}7 \times 10^6\ \text{km}}$, à comparer avec la valeur tabulée $a = 149{,}6 \times 10^6$ km .

Ex. 6 L'échelle de Planck ✪

1) $[c] = L.T^{-1}$ (dimension d'une vitesse), $[G] = M^{-1}.L^3.T^{-2}$ (d'après la loi de la gravitation universelle) et $[h] = [E]/[f] = [\text{Énergie}]/[\text{fréquence}] = M.L^2.T^{-2}/T^{-1} = M.L^2.T^{-1}$.

2) On cherche la longueur de Planck sous la forme $\ell_P = k\, c^\alpha G^\beta h^\gamma$ avec k une constante sans dimension et α, β, γ trois nombres réels à déterminer.
Cette relation est homogène si et seulement si,

$$[\ell_P] = [kc^\alpha G^\beta h^\gamma] = [c]^\alpha [G]^\beta [h]^\gamma \ ,$$
$$\Leftrightarrow L = L^\alpha T^{-\alpha}.M^{-\beta}.L^{3\beta}.T^{-2\beta}.M^\gamma.L^{2\gamma}.T^{-\gamma} \ , \Leftrightarrow L = L^{\alpha+3\beta+2\gamma}.T^{-\alpha-2\beta-\gamma}.M^{-\beta+\gamma} \ .$$

Cette relation est équivalente au système suivant (on égale les exposants dans chaque membre de l'équation) :

$$\begin{cases} 1 = \alpha + 3\beta + 2\gamma \ , \\ 0 = -\alpha - 2\beta - \gamma \ , \\ 0 = -\beta + \gamma \ , \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta = \gamma \ , \\ \alpha = -3\beta \ , \\ 1 = \alpha + 5\beta \ , \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta = \gamma = 1/2 \ , \\ \alpha = -3/2 \ . \end{cases} \quad \text{Conclusion} \ : \ \boxed{\ell_P = k\sqrt{\frac{Gh}{c^3}}}.$$

3) La longueur de Planck n'ayant pas été construite à partir d'un modèle spécifique mais uniquement en *combinant* les constantes fondamentales, on prendra $k = 1$ pour simplifier. Dans ce cas

$$\ell_P \approx \left(\frac{7 \times 10^{-34} \times 7 \times 10^{-11}}{9 \times 10^{24}}\right)^{1/2} \approx 7\left(\frac{10^{-34} \times 10^{-11}}{10^{25}}\right)^{1/2} \approx \boxed{7 \times 10^{-35}\ \text{m}}.$$

C'est une longueur se trouvant 20 ordres de grandeurs en dessous de la taille du noyau atomique ($\approx 10^{-15}$ m), peu importe alors si $k = 0,1$ ou 1 ou 10. La longueur de Planck, construite à partir des constantes fondamentales, est la plus petite longueur ayant un sens physique.

4) On trouve $\boxed{\tau_P = k'\sqrt{\frac{Gh}{c^5}}}$ (proportionnel à ℓ_P/c) et $\boxed{m_P = k''\sqrt{\frac{ch}{G}}}$.

Pour les **A.N. :** $\boxed{\tau_P \approx 1 \times 10^{-43}\,\mathrm{s}}$ et $\boxed{m_P = 5 \times 10^{-8}\,\mathrm{kg}}$.

Ex. 7 Le système CGS ➪

Voir la fin du corrigé.

Ex. 8 Applications numériques et chiffres significatifs ✎

1) $a = 2{,}75\,\mathrm{m}$. La surface vaut $\boxed{a = 7{,}56\,\mathrm{m}^2}$ (en ne gardant que trois chiffres significatifs).

2) Soit V le volume d'eau dans la piscine, $V = L \times \ell \times h = 9{,}4 \times 10^2\,\mathrm{m}^3 = \boxed{9{,}4 \times 10^5\,\mathrm{L}}$. La notation en puissance de 10 permet d'afficher sans ambiguïté le bon nombre de chiffres significatifs. On pourrait être tenter d'écrire $940\,\mathrm{m}^3$, mais on aurait 3 chiffres significatifs, ce qui est un de plus que h qui n'en a que deux. **À savoir absolument :** $1\,\mathrm{m}^3 = 1000\,\mathrm{L}$ **ou** $1\,\mathrm{L} = 1\,\mathrm{dm}^3$**.**

3) La longueur L de la piste est $L = (100,00 \pm 0,01)$ m (connue au cm près). La durée de la course est $\tau = 9{,}81\,\mathrm{s}$. La vitesse moyenne est $v = L/\tau = \boxed{10{,}2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}} = 36{,}7\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}}$, en ne gardant que 3 chiffres significatifs. **Remarque :** $1\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}} = \mathbf{(10^{-3}\ km).(\frac{1}{3600}\ h)^{-1}} = 3{,}6\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$**.**

Ex. 9 Calcul d'ordres de grandeur ✪

1) Soit N_s le nombre de secondes dans une année. $N_s = 365,25 \times 24 \times 3600 \approx 400 \times 20 \times 4000 = 4 \times 4 \times 2 \times 10^6 \approx 3 \times 10^7$ s.

2) Soit d_{TL} et d_{TS} les distances Terre-Lune et Terre-Soleil. d_{TL} est la distance parcourue par la lumière (vitesse $c = 3 \times 10^8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$) en 1,28 s. Soit $d_{\mathrm{TL}} = 3 \times 10^8 \times 1,28 \approx 3 \times 10^8\,\mathrm{m} = 300\,000\,\mathrm{km}$. De même, d_{TS} est la distance parcourue par la lumière en 8,3 min. Soit $d_{\mathrm{TL}} = 3 \times 10^8 \times 8,3 \times 60 \approx 2 \times 10^{11}\,\mathrm{m}$ soit environ 200 millions de km.

3) $R_T = 6371\,\mathrm{km}$. La circonférence terrestre est $\mathcal{C} = 2\pi R_T \approx 6 \times 6 \times 10^3$ km $\approx 40\,000$ km. La surface terrestre est $S = 4\pi R_T^2 \approx 10 \times (6 \times 10^3)^2$ km $= 4 \times 10^8$ km^2. La France métropolitaine a une forme d'hexagone. On ne s'intéresse cependant qu'à l'ordre de grandeur des dimensions de la France métropolitaine, que l'on modélisera comme un carré de 1000 km de côté ($\approx$ distance Rennes-Strasbourg ou Paris-Marseille). La superficie de la France est alors d'environ 10^6 km^2. La circonférence terrestre est donc 40 fois la taille typique de la France, et la surface terrestre au moins 400 fois la surface de la France. **Vous pouvez chercher les dimensions exactes de la France et du globe terrestre et comparer avec ces estimations.**

4) Pour trouver l'ordre de grandeur du nombre de cellules N_{c} dans le corps humain, on estime le volume moyen V_{h} du corps humain puis le volume moyen V_{c} d'une cellule. On a alors $N_{\mathrm{c}} \approx V_{\mathrm{h}}/V_{\mathrm{c}}$. On peut modéliser le corps humain comme un cylindre de hauteur $h = 2\,\mathrm{m}$ et de rayon $r = 20\,\mathrm{cm}$. Alors $V_{\mathrm{h}} = \pi r^2 h \approx 3 \times (20 \times 10^{-2})^2 \times 2 \approx 0,2$ m^3. La taille moyenne d'une cellule est 10 μm, soit $V_{\mathrm{c}} \approx (10^{-5})^3 = 10^{-15}$ m^3. Finalement, $N_{\mathrm{c}} \approx 0,2/10^{-15} \approx 10^{14}$ cellules.

Remarque : si on ignore la taille d'une cellule on peut essayer de l'estimer en se rappelant qu'un microscope grossissant 10 fois est suffisant pour distinguer une cellule, et que le plus petit détail que l'on peut distinguer à l'œil nu est de l'ordre de 0,1 mm (en regardant une règle on peut imaginer couper un mm en 10 parties, mais pas vraiment plus. . .). Ceci nous donne 0,1/10 mm = 10 μm pour la taille typique de la cellule. Ces petits exercices sont surtout là pour vous donner des exemples de résolution de problème, où il est nécessaire de faire des hypothèses et modéliser sans être vraiment guidé. Il est normal, surtout au début, de devoir se creuser la tête pour arriver aux bons ordres de grandeur. Connaître quelques ordres de grandeurs fait partie de la culture scientifique attendue d'un physicien ou d'une physicienne. Mais vous avez deux ans pour la développer !

5) Qu'en pensez-vous ? On peut en discuter.

6) Pareil !

Ex. 7 : Le système CGS

1) Les grandeurs de base sont :

"longueur" (dimension L, unité cm)
"masse" (dimension M, unité g)
"temps" (dimension T, unité s)

2) Force électrostatique : $F = \dfrac{q_1 q_2}{r^2}$

$$\Rightarrow [F] = \frac{[q_1][q_2]}{[r]^2}$$

$$\Rightarrow [\text{force}] = \frac{[\text{charge électrique}]^2}{[\text{longueur}]^2}$$

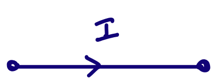
$$\Rightarrow [\text{charge élec.}] = [\text{force}]^{1/2}\,[\text{longueur}]$$

or $[\text{force}] = [\text{masse}] \times [\text{accélération}]$
$= M.L.T^{-2}$

donc $[\text{charge élec.}] = (M.L.T^{-2})^{1/2}.\,L$
$= M^{1/2}.\,L^{3/2}.\,T^{-1}$ //

On en déduit l'unité "CGS" de la charge élec.

$$1 \text{ statC} = 1\, g^{1/2}.\,cm^{3/2}.\,s^{-1}$$ //



: intensité du courant = débit de charge

$I = \dfrac{Q}{\Delta t}$ ← qté de charge qui traverse le conducteur pendant l'intervalle de temps Δt.

$[I] = [Q]/[\Delta t] \Rightarrow [\text{intensité}] = \dfrac{M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}}{T}$
$= M^{1/2} L^{3/2} T^{-2}$ //

$\Rightarrow 1 \text{ stat A} = 1 \text{ statC}.\,s^{-1}$) la plus utile !
$= 1\, g^{1/2}.\,cm^{3/2}.\,s^{-2}$ //

3) On change de système de grandeurs, sans changer la relation entre intensité et charge. (2)

$$I = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = I \cdot \Delta t$$

$$\Rightarrow [\text{charge électrique}] = [\text{intensité}].[\text{temps}]$$
$$= \underline{I \cdot T}$$

$\uparrow$ dimension de l'intensité (grandeur de base)

$$\Rightarrow 1\ \underset{\text{coulomb}}{C} = \underline{1\ A.s}$$

4). $F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow [\text{force}] = \dfrac{1}{[\varepsilon_0]} \dfrac{[\text{charge}]^2}{[\text{longueur}]^2}$

$$\Rightarrow [\varepsilon_0] = \frac{[\text{charge}]^2}{[\text{longueur}]^2} \frac{1}{[\text{force}]}$$

unité de ε_0 : $C^2 . m^{-2} . N^{-1}$

or $1\ N = 1\ kg . m . s^{-2}$

$1\ C = 1\ A.s$

donc unité de ε_0 : $A^2 . s^2 . m^{-2} . kg^{-1} . m^{-1} . s^2$

$$= \underline{A^2 . s^4 . m^{-3} . kg^{-1}}$$