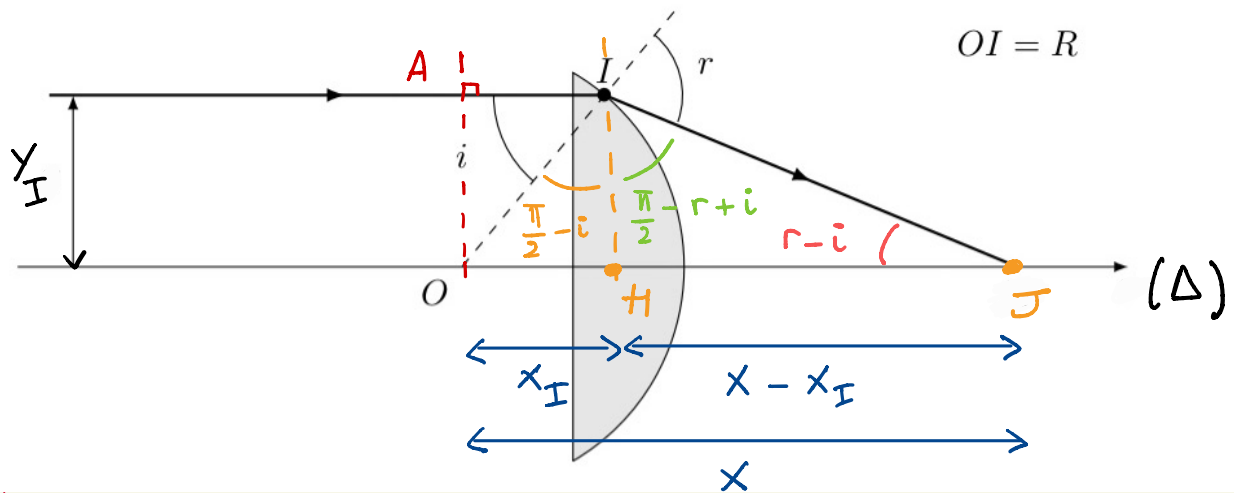


Exercice 7 : Aberation sphérique.



1) Snell-Descartes : $n \sin(i) = \sin(r)$ //

Dans l'approximation des petits angles $\sin(i) \simeq i$
 $\sin(r) \simeq r$

donc $n i \simeq r$ //

2) Dans le triangle rectangle OAI : $\sin(i) = \frac{OA}{OI}$
 $\Rightarrow \sin(i) = \frac{y_I}{R}$ // $\Rightarrow i \simeq \frac{y_I}{R}$ //

$X = X_I + (X - X_I)$ avec

avec $X_I = R \sin\left(\frac{\pi}{2} - i\right) = R \cos(i) \simeq R$
 (car $i \ll 1$ rad)

et $X - X_I = \frac{y_I}{\tan(r-i)} \simeq \frac{y_I}{r-i} = \frac{y_I}{(n-1)y_I/R}$
 $= \frac{R}{n-1}$

Ainsi
$$X = R + \frac{R}{n-1} = \frac{n}{n-1} R$$

L'expression de X étant indépendante de y ,
c'est la distance du foyer principal image F'
par rapport à O .

$$\underline{X_{F'} = \frac{n}{n-1} R} //$$

3) Au point I , il peut y avoir réflexion totale
si $i > i_{\text{tot}}$ avec $\sin(i_{\text{tot}}) = 1/n$.

Le rayon émergent existe si $\sin(i) < 1/n$

$$\text{soit } \frac{y_I}{R} < 1/n \Rightarrow \underline{y_I < \frac{R}{n}} //$$

// $\Rightarrow$ les rayons trop éloignés de l'axe optique
sont totalement réfléchis sur la face de sortie
de la lentille.

4) On reprend le calcul de la question 2) sans faire
d'approximations.

$$X = X_I + (X - X_I) = R \cos(i) + \frac{y_I}{\tan(r-i)}$$

$$\text{or } \cos(i) = \sqrt{1 - \sin^2(i)} = \sqrt{1 - (y_I/R)^2}$$

$$\text{et } \frac{1}{\tan(r-i)} = \cotan(r-i).$$

$$\text{Or } \sin(r) = n \sin(i) = n \frac{Y_I}{R} \Rightarrow r = \arcsin\left(n \frac{Y_I}{R}\right)$$

$$\text{donc } \cotan(r-i) = \cotan\left(\arcsin\left(n \frac{Y_I}{R}\right) - \arcsin\left(\frac{Y_I}{R}\right)\right),$$

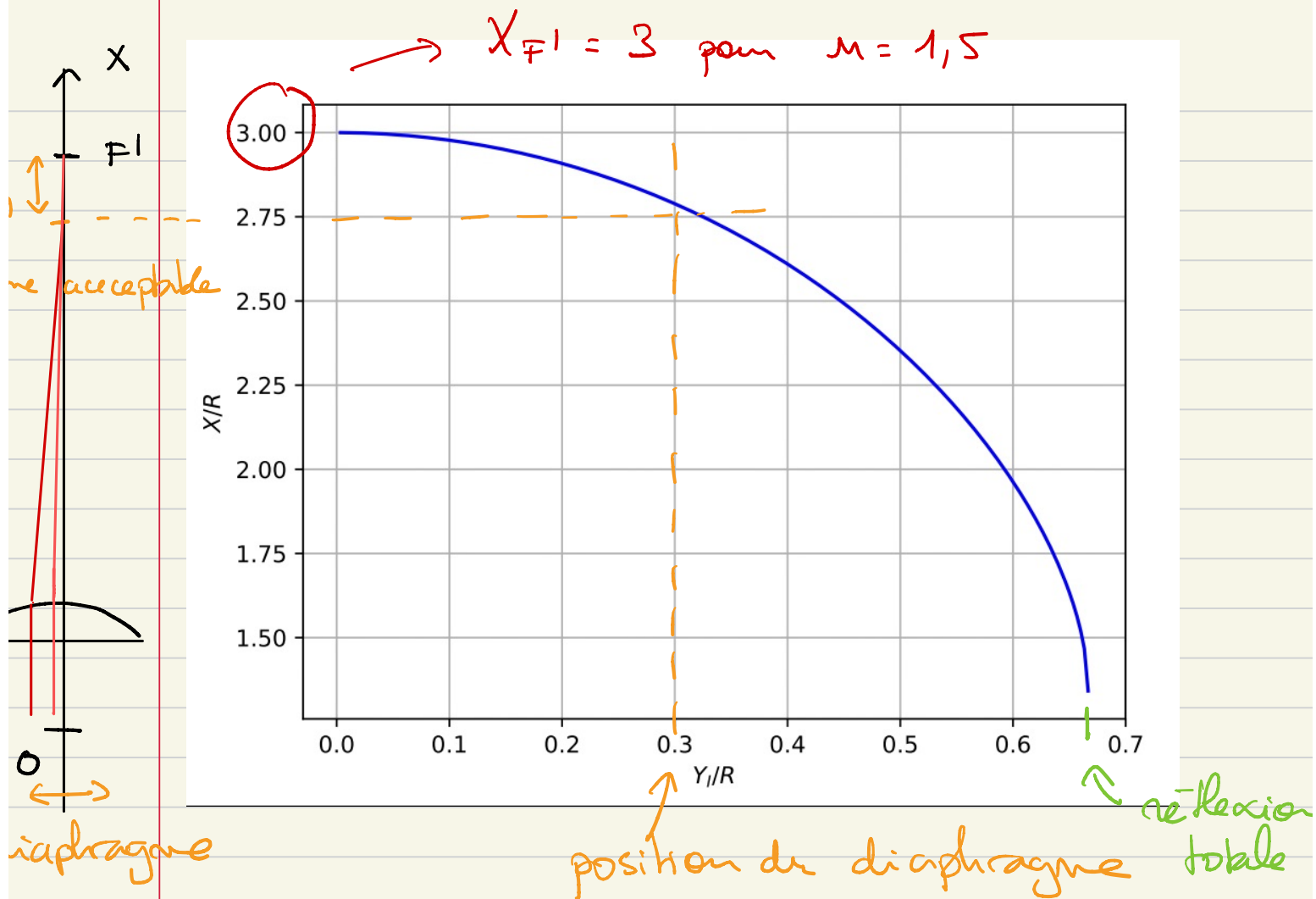
Finalement :

$$X = R \left[\sqrt{1 - (Y_I/R)^2} + \frac{Y_I}{R} \cotan\left(\arcsin\left(n \frac{Y_I}{R}\right) - \arcsin\left(\frac{Y_I}{R}\right)\right) \right]$$

```

27 import numpy as np
28 import matplotlib.pyplot as plt
29
30 n = 1.5 #indice optique du verre de la lentille
31
32 def X(Y):
33     # abscisse du point J en fonction de l'ordonnée Y_I (notée Y) du
    point d'incidence I
34     return np.sqrt(1-Y**2)+Y*1/np.tan(np.arcsin(n*Y)-np.arcsin(Y))
35
36 y = np.linspace(0,1/n,200)
37
38 plt.figure()
39 plt.plot(y,X(y),'-b')
40 plt.xlabel('$Y_I/R$')
41 plt.ylabel('$X/R$')
42 plt.grid()
43 plt.show()

```



Plus les rayons sont éloignés de l'axe optique ($y/R \uparrow$) plus le rayon croise l'axe optique près de la lentille ($X/R \downarrow$).

Il faut diaphragmer le faisceau incident afin de focaliser les rayons autour de $F1$.