

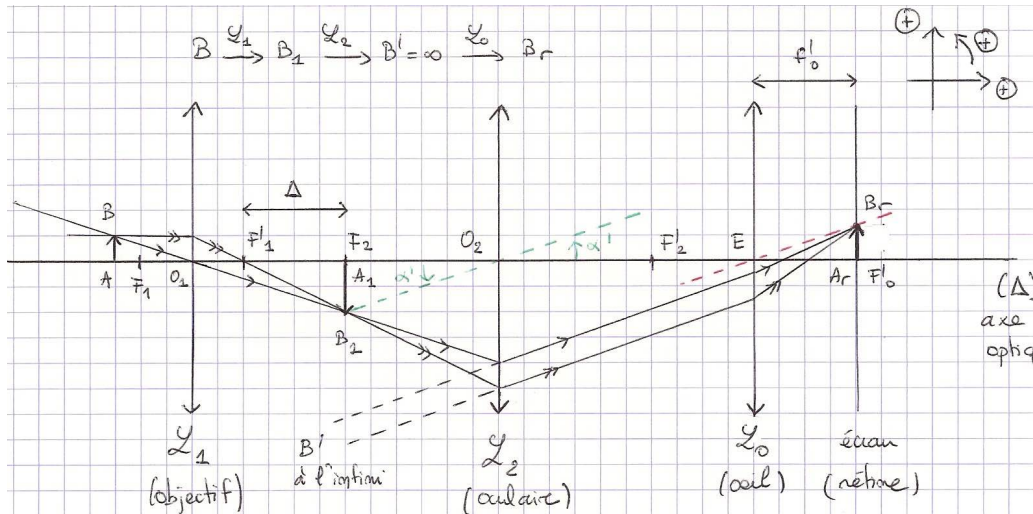
Ex. 6 Le microscope

Grossissement

1) On rappelle la série de conjugaisons entre l'objet $\overrightarrow{AB}$ et l'image finale $\overrightarrow{A_r B_r}$ sur la rétine. Les trois lentilles en jeu sont des lentilles convergentes.

$$\begin{matrix} A \\ B \end{matrix} \xrightarrow{\text{objectif } \mathcal{L}_1} \begin{matrix} A_1 \\ B_1 \end{matrix} \xrightarrow{\text{oculaire } \mathcal{L}_2} \begin{matrix} A' \\ B' \end{matrix} = \infty \xrightarrow{\text{œil}} \begin{matrix} A_r \\ B_r \end{matrix} = \text{rétine}$$

L'image $\overrightarrow{A'B'}$ par l'oculaire doit être rejetée à l'infini. Pour cela il est nécessaire que l'image intermédiaire $\overrightarrow{A_1 B_1}$ par l'objectif se trouve dans le plan dans le **plan focal objet de l'oculaire**.



2) Afin de placer l'objet $\overrightarrow{AB}$ on trace deux rayons :

- le rayon passant par et le centre optique O_1 de l'objectif et B_1 , non dévié ;
- le rayon passant par et le foyer principal image F'_1 de l'objectif et B_1 , dont l'incident sur l'objectif est parallèle à l'axe optique.

Le point B se trouve à l'intersection des deux rayons incidents. D'après la propriété d'aplanétisme approché de l'objectif, le point A est le projeté orthogonal de B sur l'axe optique.

3) Les deux rayons passant par B_1 ainsi tracés, émergent de l'oculaire parallèle entre eux et inclinés par rapport à l'axe optique. Ils sont parallèles à un rayon virtuel passant par B_1 et le centre optique O_2 de l'oculaire.

Les deux rayons parallèles incidents sur la lentille $\mathcal{L}_0$ de l'œil convergent en un point du plan focal image de $\mathcal{L}_0$. Ce point est l'intersection du plan focal image et d'un rayon virtuel parallèle aux rayons incidents et passant par le centre optique E de la lentille $\mathcal{L}_0$.

4) Par définition, le grossissement transversal de l'objectif vaut $\gamma_{\text{obj}} = \frac{\overrightarrow{A_1 B_1}}{\overrightarrow{AB}}$. D'après la formule de conjugaison aux foyers : $\gamma_{\text{obj}} = -\frac{\overrightarrow{F'_1 A_1}}{f'_1} = -\frac{\overrightarrow{F'_1 F_2}}{f'_1}$ car F_2 est confondu avec A_1 , soit $\gamma_{\text{obj}} = -\frac{\Delta}{f'_1}$.

5) Pour l'oculaire on reprend et on adapte la démarche vue en cours pour la loupe. Le grossissement de l'oculaire est donné par :

$$G_{\text{oc}} = \frac{\alpha'}{\alpha_1} . \quad (1)$$

L'angle α' est défini dans la première figure du corrigé. Pour l'angle α_1 on utilise le schéma suivant.

Ainsi $\tan(\alpha_1) = -\frac{\overrightarrow{A_1 B_1}}{d_m}$ donc dans l'approximation des petits angles :

$$\alpha_1 = -\frac{\overrightarrow{A_1 B_1}}{d_m} \quad (2)$$

(Attention aux signes : $\alpha_1 > 0$. D'après le schéma, $\overrightarrow{A_1 B_1} < 0$, d'où le signe $-$).

De plus $\tan(\alpha') = -\frac{\overline{A_1B_1}}{f'_2}$ donc toujours dans l'approximation des petits angles :

$$\alpha' = -\frac{\overline{A_1B_1}}{f'_2}, \quad (3)$$

et finalement $G_{oc} = d_m/f'_2$.

Le grossissement commercial G_{micro} du microscope est donné par $G_{micro} = \frac{\alpha'}{\alpha}$.

On utilise la figure ci-dessous pour exprimer l'angle α . En faisant attention à la convention d'orientation des angles on a $\alpha < 0$ et $\tan \alpha = -\frac{\overline{AB}}{d_m}$ car $\overline{AB} > 0$. Dans l'approximation des petits angles :

$$\alpha = -\frac{\overline{AB}}{d_m}. \quad (4)$$

Finalement,

$$G_{micro} = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{\overline{A_1B_1}}{f'_2} \times -\frac{\overline{AB}}{d_m} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} \times \frac{d_m}{f'_2} \Rightarrow \boxed{G_{micro} = \gamma_{obj} \times G_{oc}} \quad \text{et} \quad \boxed{G_{micro} = -\frac{\Delta}{f'_1} \times \frac{d_m}{f'_2}}. \quad (5)$$

6) Calculons simplement la valeur absolue du grossissement du microscope en multipliant le grandissement de l'objectif par le grossissement de l'oculaire. Le plus petit grossissement est obtenu pour le grandissement de 2 et le plus gros pour le grandissement de 40. Ainsi G_{micro} varie entre 25 et 500.

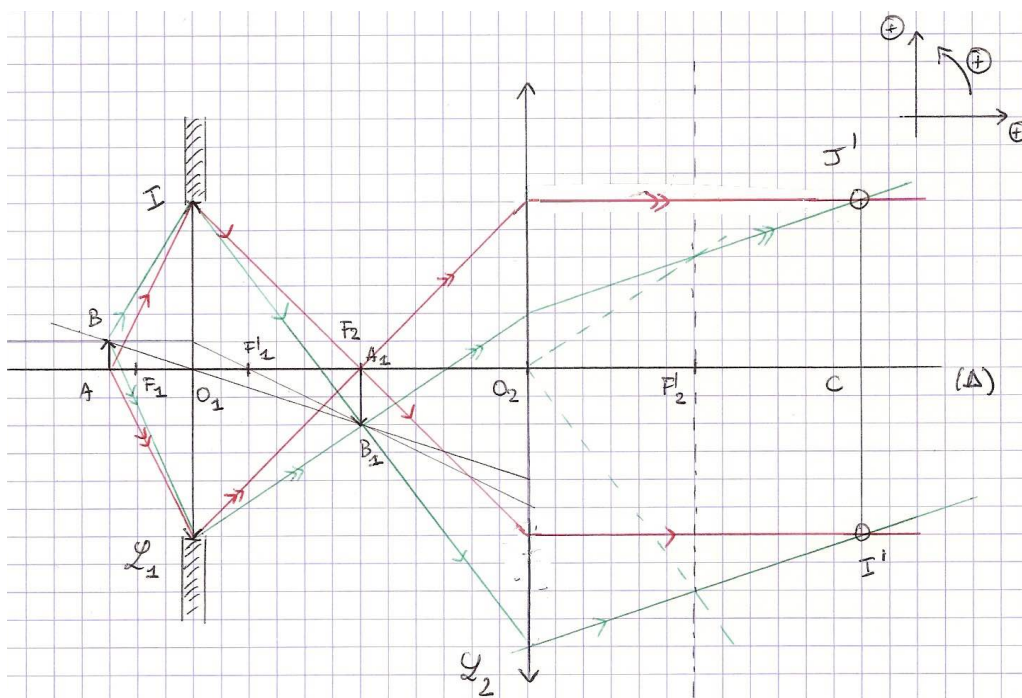
7) D'une part $G_{micro} = \alpha'/\alpha$ et d'autre part $P_{micro} = \alpha'/\overline{AB}$. Or dans l'approximation des petits angles $\alpha = -\overline{AB}/d_m$ donc $G_{micro} = -P_{micro} \times d_m$. De même pour l'oculaire on trouve : $G_{oc} = P_{oc} \times d_m$. De plus :

$$P_{micro} = \frac{\alpha'}{\overline{AB}} = \frac{\alpha'}{\overline{A_1B_1}} \times \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} \Rightarrow P_{micro} = \gamma_{obj} \times P_{oc} \quad \text{et} \quad P_{micro} = \frac{\Delta}{f'_1} \times \frac{1}{f'_2} \dots \quad (6)$$

La puissance est indépendante de d_m qui est choisie arbitrairement pour le calcul du grossissement commercial.

Cercle oculaire

8) Voir la figure ci-dessous. On peut placer l'objet $\overline{AB}$ en utilisant le principe de retour inverse de la lumière, en considérant B comme l'image de B_1 par la lentille $\mathcal{L}_1$ (penser à inverser le rôle des foyers).



9) On trace en rouge les deux rayons issus de A passant par I et J . En utilisant la propriété de stigmatisme de la lentille $\mathcal{L}_1$, les deux rayons émergent passent par A_1 . Le prolongement des rayons s'obtient à l'aide des constructions usuelles.

10) On trace en vert les deux rayons issus de B passant par I et J . En utilisant la propriété de stigmatisme de la lentille $\mathcal{L}_1$, les deux rayons émergeant passent par B_1 . Le prolongement des rayons s'obtient à l'aide des constructions usuelles.

11) En utilisant le stigmatisme de $\mathcal{L}_2$, les deux rayons (rouge et vert) issus de I émergeant de $\mathcal{L}_2$ se croisent en I' , conjugué de I par $\mathcal{L}_2$. Les deux rayons (rouge et vert) issus de J émergeant de $\mathcal{L}_2$ se croisent en $I'J$, conjugué de J par $\mathcal{L}_2$. $\mathcal{L}_2$ étant aplanétique, l'image de O_1 par $\mathcal{L}_2$ se trouve à l'intersection de $[I'J']$ et de l'axe optique.

12) Le centre C du cercle oculaire est le conjugué du centre O_1 de l'objectif, par l'oculaire $\mathcal{L}_2$. D'après la formule de conjugaison avec origine aux foyers :

$$\overline{F_2' C} \times \overline{F_2 O_1} = -(f_2')^2 \quad \Leftrightarrow \quad \overline{F_2' C} = \frac{(f_2')^2}{f_1' + \Delta}. \quad (7)$$

De plus, $\boxed{\overline{O_2 C} = \overline{O_2 F_2'} + \overline{F_2' C} = f_2' + \frac{(f_2')^2}{f_1' + \Delta}}.$

13) D'après la définition du grandissement : $\gamma = \frac{\overline{CJ'}}{\overline{O_1 J}} = \frac{D'/2}{D/2} = \frac{D'}{D}.$

De plus, $\gamma = \frac{\overline{O_2 C}}{\overline{O_2 O_1}} = \frac{f_2' + \frac{(f_2')^2}{f_1' + \Delta}}{f_1' + \Delta + f_2'} = \frac{f_2'(f_1' + \Delta + f_2')}{(f_1' + \Delta)(f_1' + \Delta + f_2')} = \frac{f_2'}{f_1' + \Delta},$ soit $\boxed{D' = D \frac{f_2'}{f_1' + \Delta}}.$

Si $f_2' = f_1' + \Delta$ alors $D' = D$ et $\overline{O_2 C} = 2f_2'$, ce que l'on vérifie sur la figure ci-dessus.

14) À vous de jouer !

Foyers objet et image du microscope

On peut déterminer les positions des foyers objet F et image F' du microscope, donnés par les séries de conjugaison :

$$\infty \xrightarrow{\text{objectif } \mathcal{L}_1} F_1' \xrightarrow{\text{oculaire } \mathcal{L}_2} F' \qquad F \xrightarrow{\text{objectif } \mathcal{L}_1} F_2 \xrightarrow{\text{oculaire } \mathcal{L}_2} \infty$$

F est le conjugué de F_2 par l'objectif $\mathcal{L}_1$. Sa position a été déterminé dans la première partie : c'est la position du point A .

15) Pour déterminer F' on remarque que F' et F_1' sont conjugués par l'oculaire $\mathcal{L}_2$. D'après la relation aux foyers :

$$\overline{F_2' F'} \times \overline{F_2 F_1'} = -(f_2')^2 \quad \Leftrightarrow \quad \overline{F_2' F'} = -\frac{(f_2')^2}{-\Delta} = \frac{(f_2')^2}{\Delta}. \quad (8)$$

De plus, $\boxed{\overline{O_2 F'} = \overline{O_2 F_2'} + \overline{F_2' F'} = f_2' + \frac{(f_2')^2}{\Delta}}.$

16) À vous de jouer !