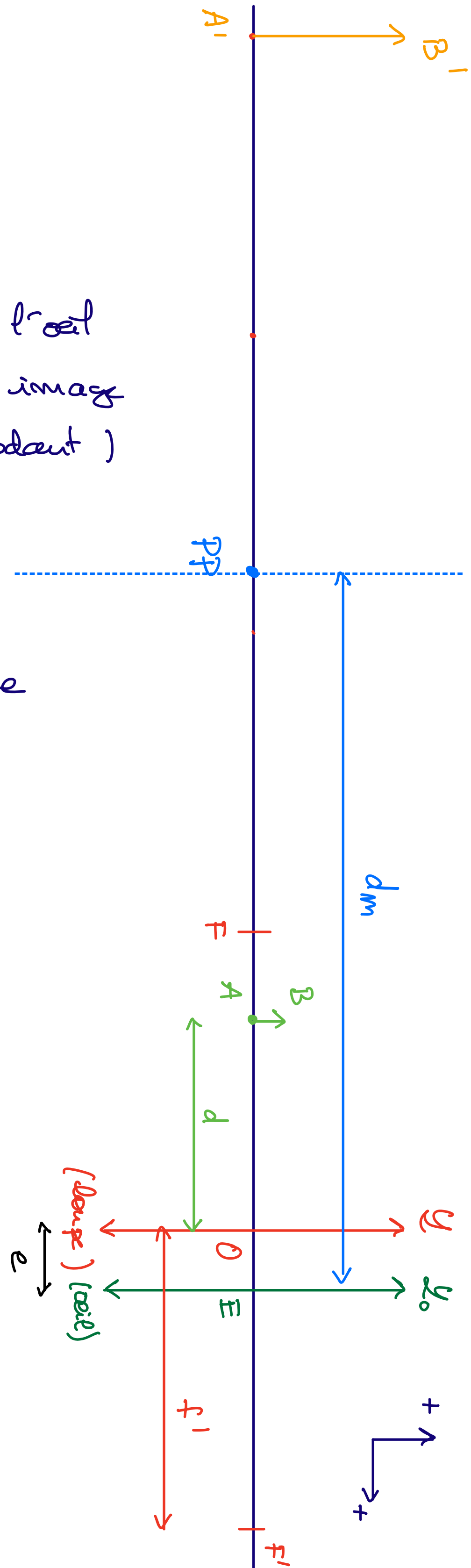
Ex. 3 Loupe d'horloger.

1) Positions des éléments.

e et f' sont à l'échelle. On a pris $d_m = 12$ cm pour la figure



2) L'image $\overrightarrow{A'B'}$ peut être "vue" par l'œil (càd que l'œil peut en former une image sur la rétine, si besoin en accomodant) si A' est au-delà du PP.

donc $A'E \geq d_m$

càd $\overline{EA'} \leq -d_m$.

or $\overline{OA'} = \overline{OE} + \overline{EA'}$ et $\overline{OE} = +e$

donc $\overline{OA'} \leq e - d_m$.

De plus $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$

donc $\dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{f'}$

et $0 \geq \dfrac{1}{\overline{OA'}} \geq \dfrac{1}{e - d_m}$

donc $-\dfrac{1}{f'} \geq \dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{f'} \geq \dfrac{1}{e-d_m} - \dfrac{1}{f'}$

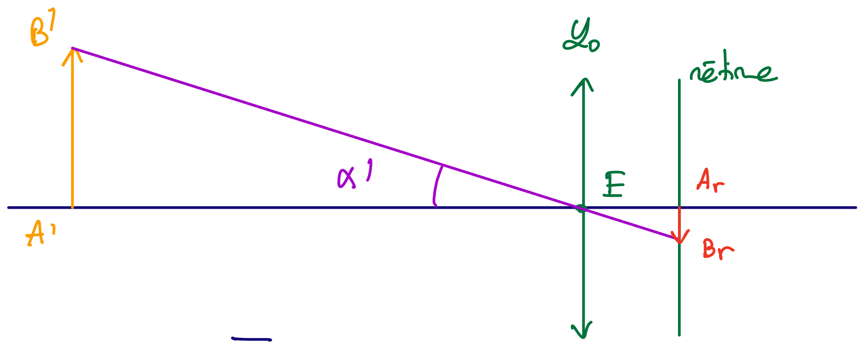
donc $-\dfrac{1}{f'} \geq \dfrac{1}{\overline{OA}} \geq \dfrac{1}{e-d_m} - \dfrac{1}{f'}$

donc $-f' \leq \overline{OA} \leq \dfrac{f'(e-d_m)}{f'-(e-d_m)}$

Finalement, comme $\overline{OA} = -d$

alors $\underbrace{\dfrac{f'(d_m - e)}{f' - (e - d_m)}}_{d_{min} =} \leq d \leq \underbrace{f'}_{d_{max}}.$

3)



$$\tan(\alpha') = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'E}} \qquad (\alpha' > 0)$$

or $\overline{A'B'} = \gamma\, \overline{AB} = \gamma h$ avec γ le grandissement de la loupe.

ici $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OA'}}{(-d)}$

or $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{d}$

$$= \frac{d-f'}{df'}$$

$$\overline{OA'} = \frac{df'}{d-f'} < 0$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{f'}{f'-d}$$

De plus $\overline{A'E} = \overline{A'O} + \overline{OE} = -\overline{OA'} + e = \frac{df'}{f'-d} + e$

$$\tan(\alpha') = \frac{\frac{f'h}{f'-d}}{e + \frac{f'd}{f'-d}} = \frac{f'h}{ef' - ed + f'd} = \frac{f'h}{ef' + d(f'-e)}$$

Si $\alpha' \ll 1$ rad alors $\tan(\alpha') \simeq \alpha'$. $\Rightarrow \alpha' = \frac{f'h}{ef' + d(f'-e)}$

ici $f' > e$ donc α' est une fonction décroissante de d.

α_{max} est obtenue pour $d = d_{min}$ càd A' au PP

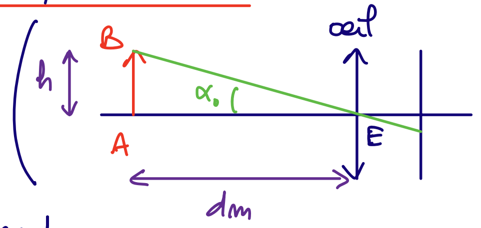
α_{min} ———————— $d = d_{max}$. càd A' au PR.

4). A.N. $e = 1$ cm ; $f' = 5$ cm ; $d_m = 25$ cm ;
$h = 1$ mm.

On trouve $\alpha'_{min} = 0{,}021$ rad.

$\alpha'_{max} = 0{,}025$ rad.

$$\alpha_0 \simeq \tan(\alpha_0) = \frac{h}{d_m}$$



A.N. : $\alpha_0 = 0{,}005$ rad

Le grossissement $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha_0}$ varie entre $G_{min} = 4{,}2$
et $G_{max} = 5$

Rq : Si on place l'oeil au niveau du foyer principal image de la loupe (càd $e = f'$) alors α'
$\alpha' = \dfrac{h}{f'}$ indépendant de d. On retrouve le grossissement commercial $G = \dfrac{d_m}{f'}$ quelle que soit la distance d.