

Chapitre 3

Formation des images en optique (II)

IV Construction d'une image par une lentille mince

☞ On se place dans les **conditions de Gauss** qui garantissent un **stigmatisme** est un **aplanétisme** approchés.

1) Cas d'un point objet situé en dehors de l'axe optique

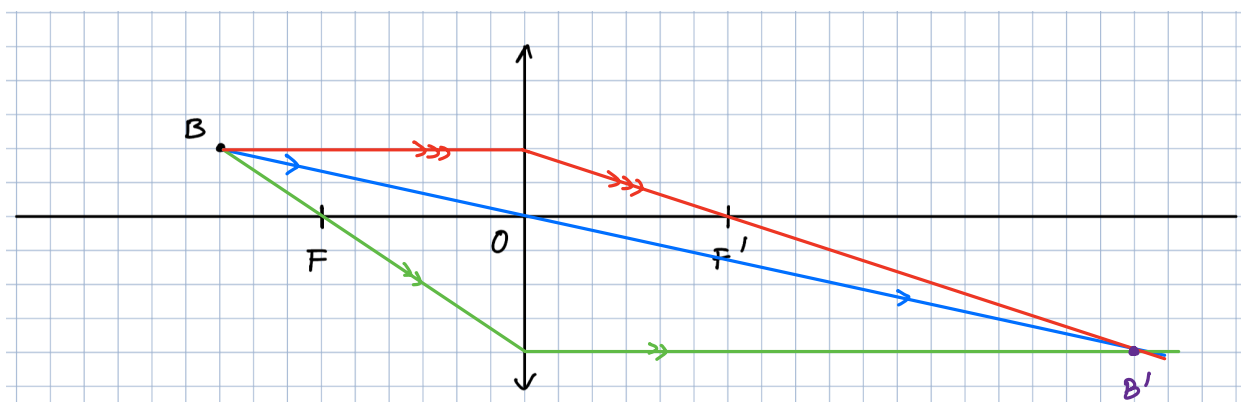
On trouve le conjugué du point objet B situé hors de l'axe optique en traçant le trajet de deux rayons passant par le point objet et traversant la lentille. Le point image B' (c'est-à-dire le point conjugué) se trouve à l'intersection des deux rayons après le passage de la lentille. **Deux rayons suffisent du fait du stigmatisme de la lentille.**

On choisit ces deux rayons parmi trois rayons remarquables dont on connaît la trajectoire grâce à la définition du **centre optique** et des **foyers principaux** :

- un rayon incident **passant par le centre optique** et qui n'est pas dévié,
- un rayon incident **passant par le foyer principal objet F** et qui émerge parallèlement à l'axe optique,
- un rayon incident **parallèle à l'axe optique** qui émerge en passant par le foyer principal image F' .

Exemple (Tracé des 3 rayons remarquables)

Sur le schéma ci-dessous on trace les trois rayons incidents remarquables issus de B . Les trois rayons émergents se croisent en B' .

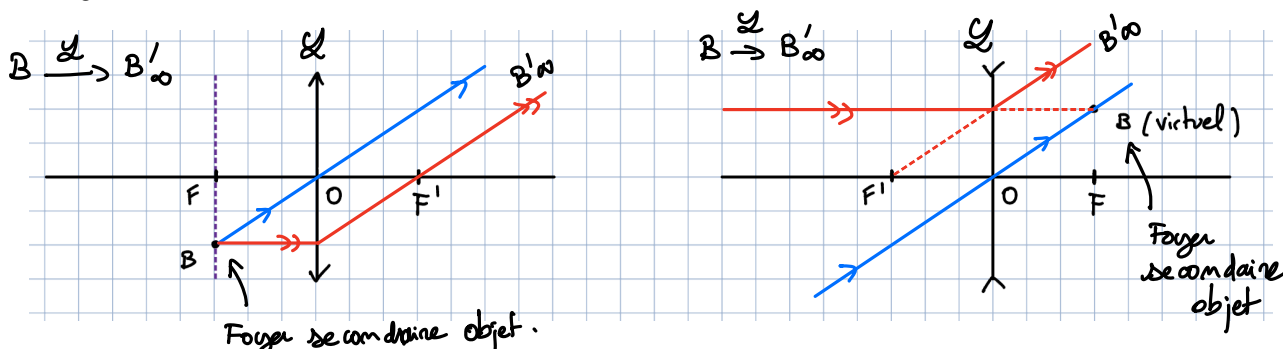


Cas particuliers :

a) Le point B est dans le **plan focal objet**. On ne peut tracer que 2 des trois rayons remarquables. Les rayons émergents sont parallèles donc **le point image B' est envoyé à l'infini** (on le note dans ce cas B'_∞).

Exemple (Point B dans le plan focal objet)

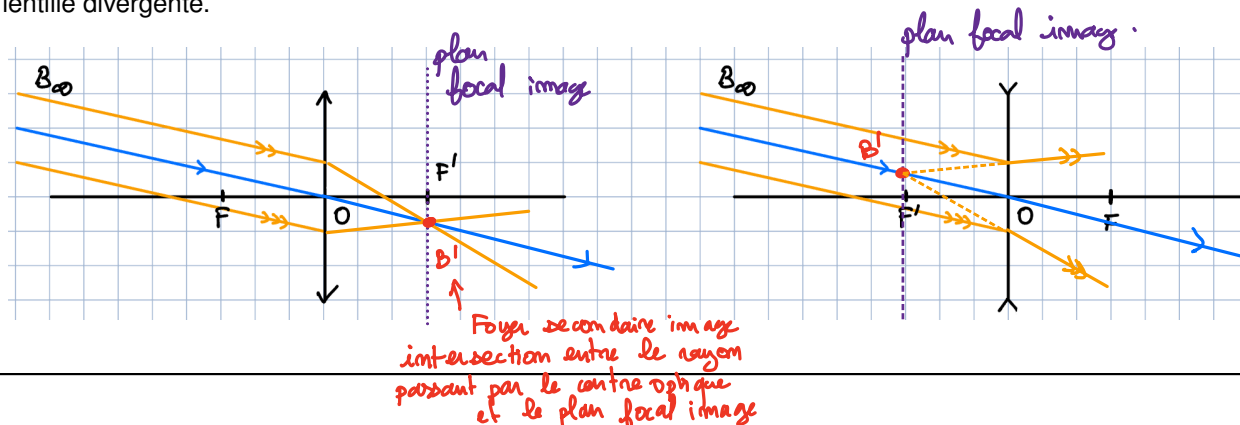
Sur le schéma ci-dessous construire l'image B'_∞ du point B pour une lentille convergente puis pour une lentille divergente.



b) Le point objet (noté B_∞) est à l'infini, hors de l'axe optique. Les rayons incidents sont parallèles entre eux (et inclinés par rapport à l'axe optique). Le point image B' est dans le plan focal image. Un seul rayon (celui qui passe par le centre optique) suffit à le placer.

Exemple (Point objet B_∞ à l'infini)

Sur le schéma ci-dessous construire l'image B' du point B_∞ pour une lentille convergente puis pour une lentille divergente.



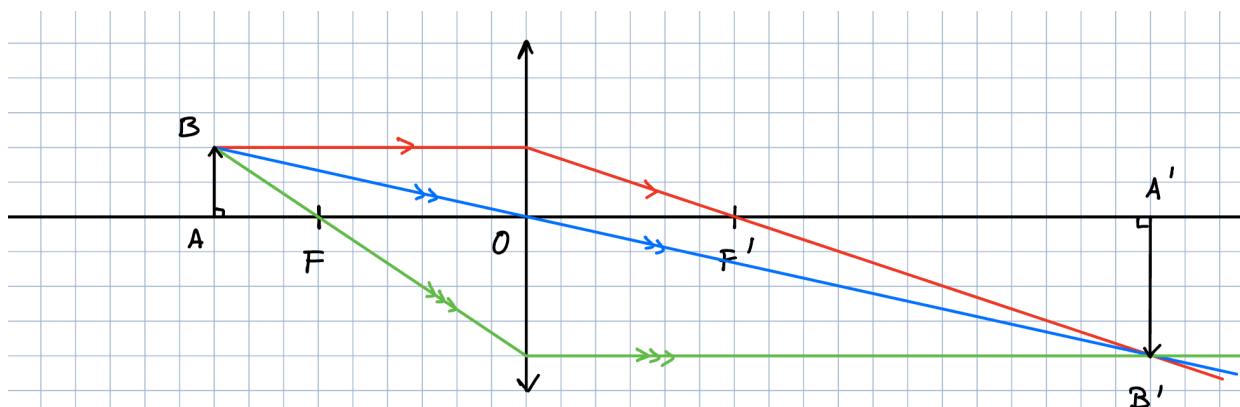
2) Cas d'un objet plan perpendiculaire à l'axe optique

Soit un objet AB plan, perpendiculaire à l'axe optique. Le point A est sur l'axe optique et le point B en dehors de l'axe optique.

On obtient l'image B' par la méthode précédente (tracé des rayons remarquables).

Pour le point A les 3 rayons remarquables sont confondus avec l'axe optique. On en déduit que A' est **sur l'axe optique** mais on ne connaît pas encore sa position exacte. La lentille ayant la **propriété d'aplanétisme** on sait que l'image $A'B'$ est plane et orthogonale à l'axe optique. Ainsi on obtient A' par **projection orthogonale** de B' sur l'axe optique.

Exemple (Image d'un objet plan perpendiculaire à l'axe)



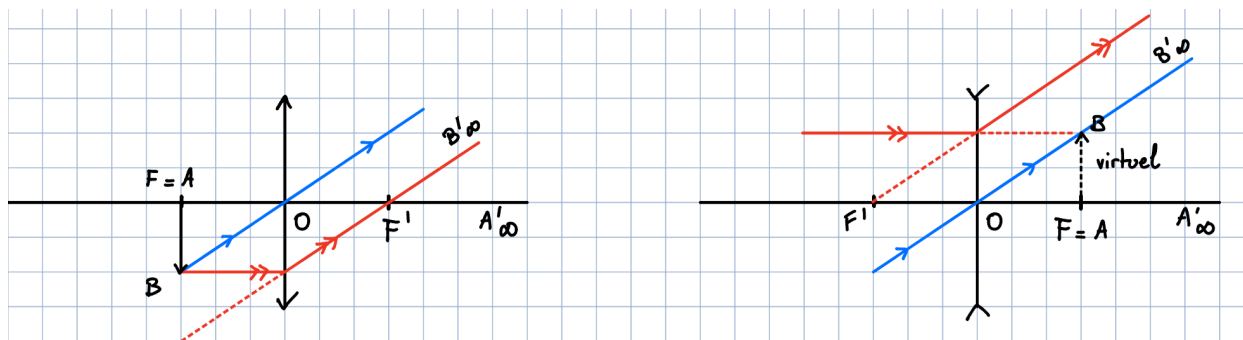
☞ Constructions de toutes les configurations remarquables dans le polycopié (III).

Cas particuliers :

a) L'objet AB est dans le **plan focal objet**. L'image (notée $A'_\infty B'_\infty$) est envoyée à l'infini.

Exemple (Image d'un objet plan dans le plan focal objet)

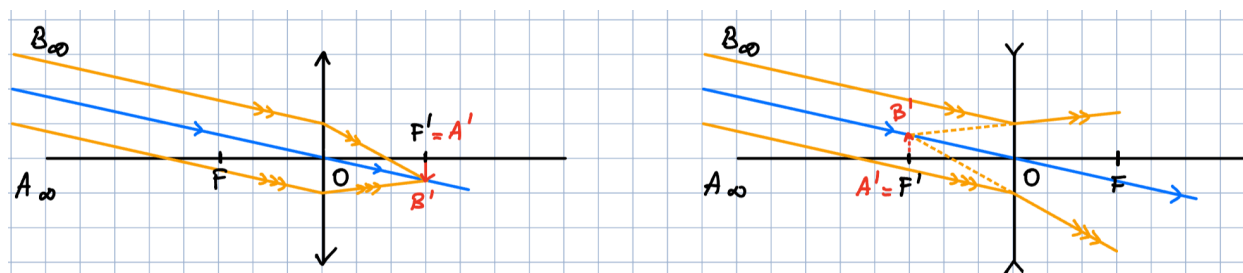
À gauche : pour une lentille convergente ; à droite pour une lentille divergente. L'image A'_∞ du point A est à l'infini sur l'axe optique tandis que l'image B'_∞ du point B est à l'infini en dehors de l'axe optique.



b) L'objet (noté $A_\infty B_\infty$) est à **l'infini**. L'image $A'B'$ est dans le plan focal image (A' est confondu avec F').

Exemple (Image d'un objet plan à l'infini)

À gauche : pour une lentille convergente ; à droite pour une lentille divergente. Le point objet A_∞ est à l'infini sur l'axe optique tandis que le point objet B_∞ est à l'infini en dehors de l'axe optique.

**3) Cas d'un point objet situé sur l'axe optique**

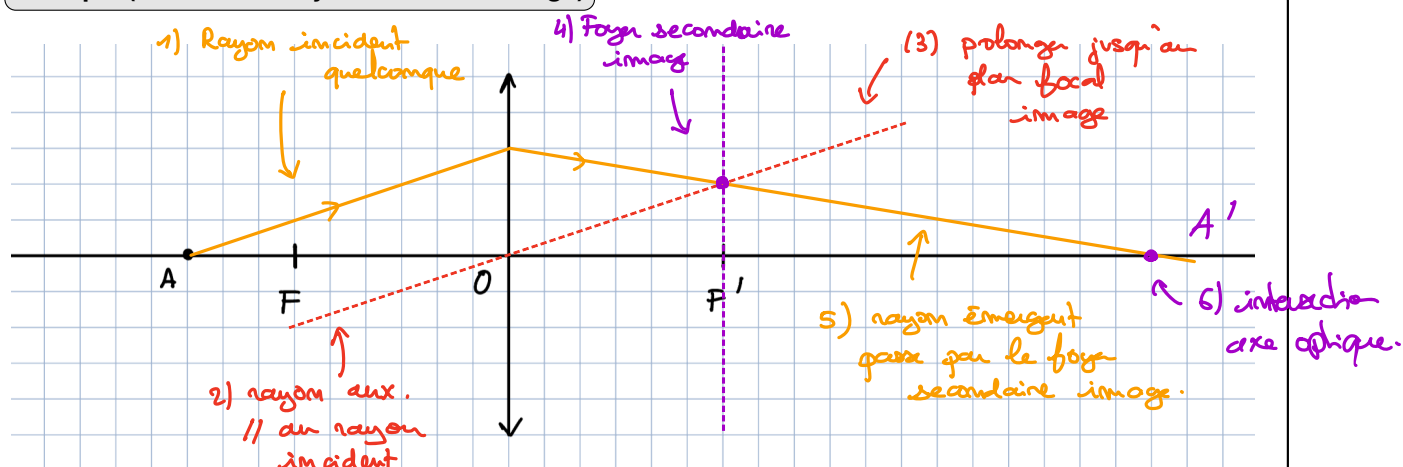
☞ On cherche à déterminer l'image d'un point objet A sur l'axe, sans utiliser la propriété d'aplanétisme (c'est-à-dire sans faire référence un objet AB comme dans le paragraphe précédent).

On sait cependant que **le point image A' se trouve sur l'axe optique**. On applique la méthode du foyer secondaire.

a) Méthode du foyer secondaire image

☞ On commence par tracer un rayon incident quelconque passant par le point objet A mais ne passant pas par le centre optique. Pour déterminer le rayon émergent, on trace un **rayon auxiliaire** parallèle au premier rayon et passant par le centre optique. Les rayons de ce « faisceau parallèle » émergent en passant par un **foyer secondaire image** ce qui permet de terminer le tracé du premier rayon et de positionner le point image en cherchant son intersection avec l'axe optique.

La méthode fonctionne pour une **lentille convergente** ou pour une **lentille divergente**. On peut aussi l'utiliser pour tracer la **marche d'un rayon incident quelconque** ou d'un **rayon émergent quelconque** (voir le poly (III)).

Exemple (Méthode du foyer secondaire image)

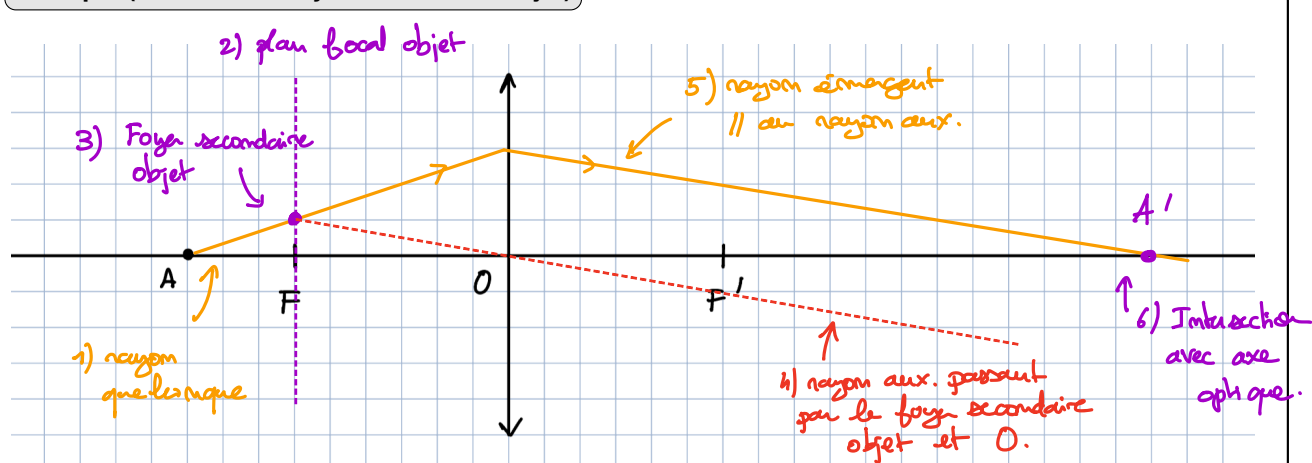
☞ Un exercice pour une lentille divergente est donné le polycopié (III).

b) Méthode du foyer secondaire objet

☞ On commence par tracer un rayon incident quelconque passant par le point objet A mais ne passant pas par le centre optique. Ce rayon (ou son prolongement virtuel) coupe le plan principal objet en un foyer secondaire objet.

On trace ensuite un **rayon auxiliaire** issu de ce foyer secondaire et passant par le centre optique. Les rayons de ce « faisceau » émergent parallèle entre eux, ce qui permet de terminer le tracé du premier rayon et de positionner le point image en cherchant son intersection avec l'axe optique.

La méthode fonctionne pour une **lentille convergente** ou pour une **lentille divergente**. On peut aussi l'utiliser pour tracer la **marche d'un rayon incident quelconque** ou d'un **rayon émergent quelconque** (voir le poly (III)).

Exemple (Méthode du foyer secondaire objet)

☞ Un exercice pour une lentille divergente est donné le polycopié (III).

V Formules de grandissement et relations de conjugaison

1) Grandissement, relation de conjugaison

Définition du grandissement :

☞ Soit un objet AB plan perpendiculaire à l'axe optique, et $A'B'$ son image, aussi perpendiculaire à l'axe optique. Le grandissement γ est par définition :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}, \quad (1)$$

le rapport des tailles **algébriques** de l'image et de l'objet.

☞ On retiendra que :

- si $\gamma > 0$ l'image est **droite** ; si $\gamma < 0$ l'image est **renversée** ;
- si $|\gamma| > 1$ l'image est **agrandie** ; si $|\gamma| < 1$ l'image est **rétrécie**.

☞ Le grandissement ne dépend que de la position de l'objet et de la distance focale.

Relation de conjugaison :

☞ Pour une lentille mince donnée, les positions des points conjugués A et A' sur l'axe optique sont liées par une formule appelée **relation de conjugaison**.

Formules de Newton avec origines aux foyers :

Démonstration ■ 2

☞ Pour une lentille mince (convergente ou divergente) le **grandissement** peut s'écrire :

$$\gamma = -\frac{f}{\overline{FA}} \quad (2)$$

avec $f = \overline{OF}$ la distance focale objet, ou :

$$\gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} \quad (3)$$

avec $f' = \overline{OF'}$ la distance focale image.

L'équation (2) montre clairement que le grandissement ne dépend que de la position de l'objet et de la distance focale.

☞ Pour une lentille mince (convergente ou divergente) la **relation de conjugaison** peut s'écrire :

$$\overline{F'A'} \times \overline{FA} = -f'^2 = -f^2 = f \times f' ; \quad (4)$$

Formules de Descartes avec origines au centre optique :

Démonstration ■ 3

☞ Pour une lentille mince (convergente ou divergente) le **grandissement** peut s'écrire :

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}, \quad (5)$$

et la **formule de conjugaison** :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad (6)$$

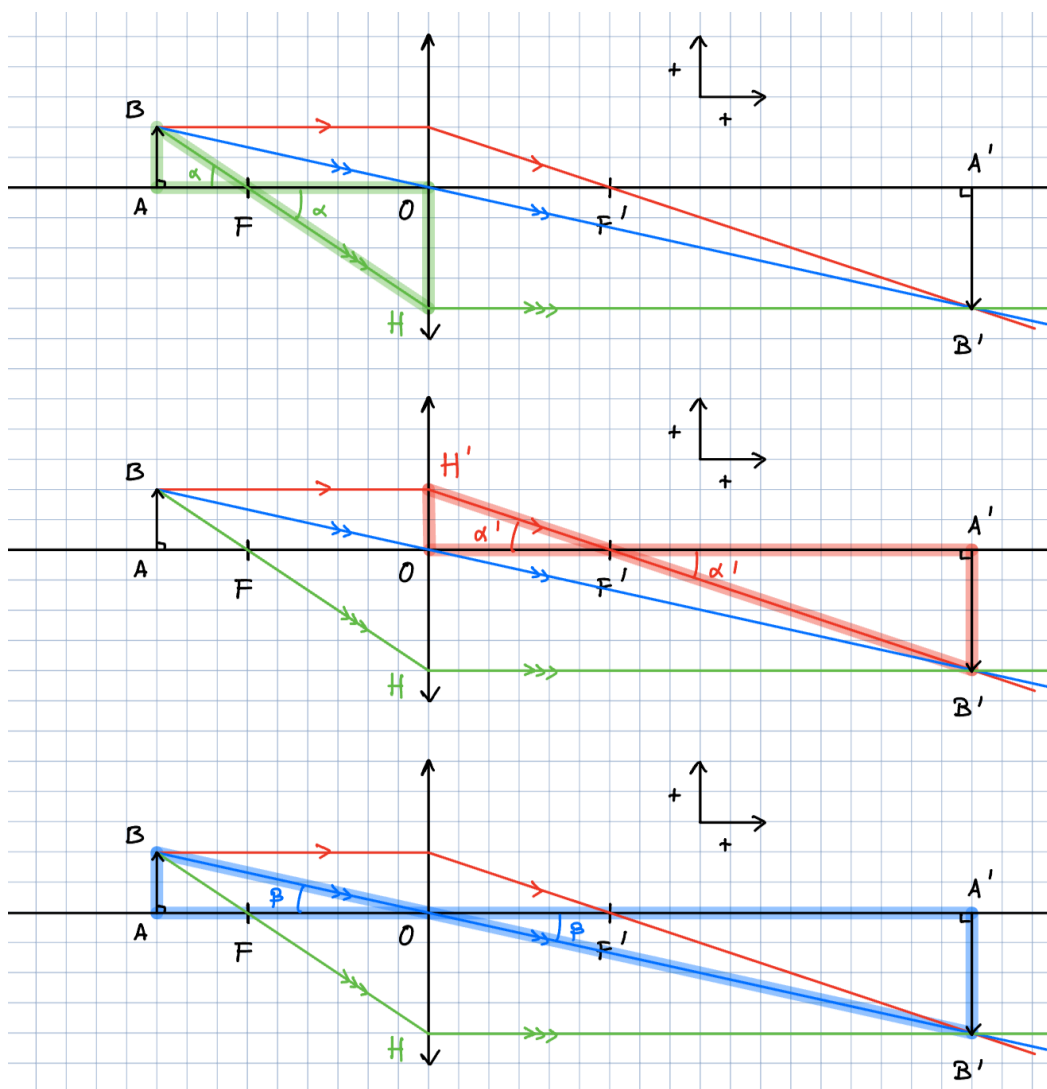


FIGURE 1. Triangles utiles pour démontrer les trois formules de grandissement, de haut en bas : équations (2), (3) et (5).

Exercice 3 (Formules de conjugaison)

✎ Vérifier numériquement les formules de conjugaison (position et grandissement, Newton et Descartes) sur les constructions des exercices 4 et 5 dans le poly (III).

2) Espaces objet/image

☞ La FIGURE 21 relie schématiquement les couples position/nature des objets et images pour une lentille convergente. Ainsi pour un objet réel dans la région 1 (ligne du haut) l'image réelle se forme dans la région 1' (ligne du bas). La flèche simple représente le mouvement d'un point objet A se déplaçant depuis $-\infty$ sur l'axe jusqu'au foyer principal objet F . La flèche simple correspondante dans l'espace image se déplace depuis le foyer principal image F' jusqu'à $+\infty$ sur l'axe. On peut faire la même interprétation pour les autres régions 2/2' et 3/3'.

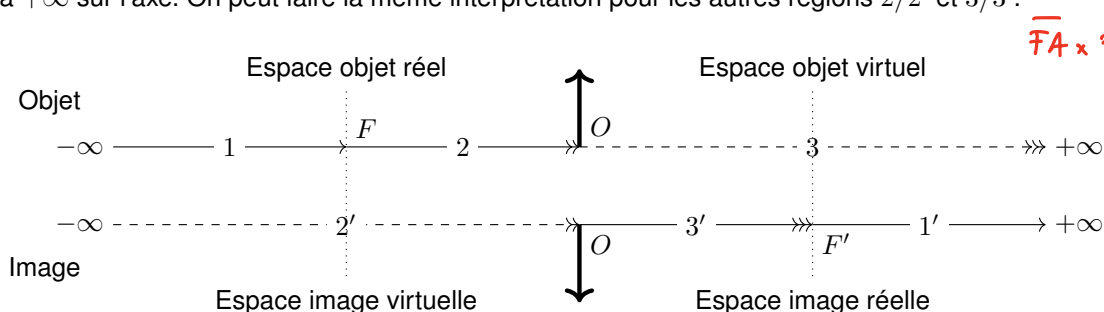


FIGURE 21. Correspondance objet/image pour une lentille convergente.

☞ La FIGURE 22 relie schématiquement les couples position/nature des objets et images pour une lentille divergente, avec les mêmes notations que dans la FIGURE 21.

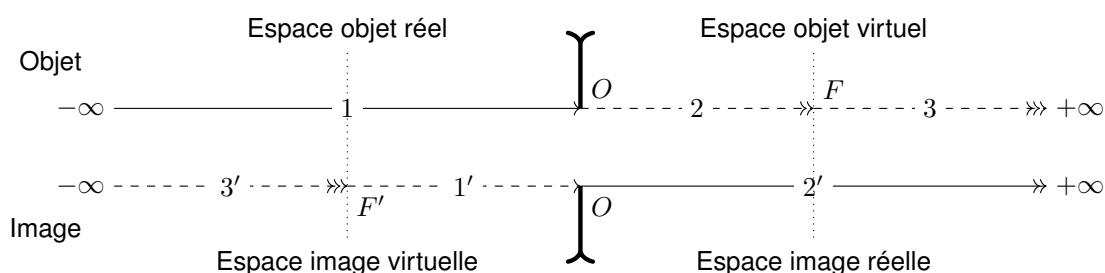


FIGURE 22. Correspondance objet/image pour une lentille divergente.

3) Cas particulier d'un objet ou d'une image à l'infini

a) Objet dans le plan focal objet $\rightarrow$ image à l'infini

Dans ce cas, les formules de grandissement donnent un grandissement infini (utiliser la formule (2)). On affine la description en introduisant la **taille angulaire** (ou diamètre apparent) de l'image.

Taille angulaire d'une image à l'infini

Démonstration ■ 4

☞ Pour une lentille mince (convergente ou divergente) la taille angulaire θ' d'une image à l'infini est donnée par la formule :

$$\theta' = -\frac{\overline{AB}}{f'} \quad (7)$$

avec f' la distance focale image de la lentille.

Attention : l'angle θ' est orienté. Pour cette formule, le sens positif des angles est le sens trigonométrique (cf. FIGURE).

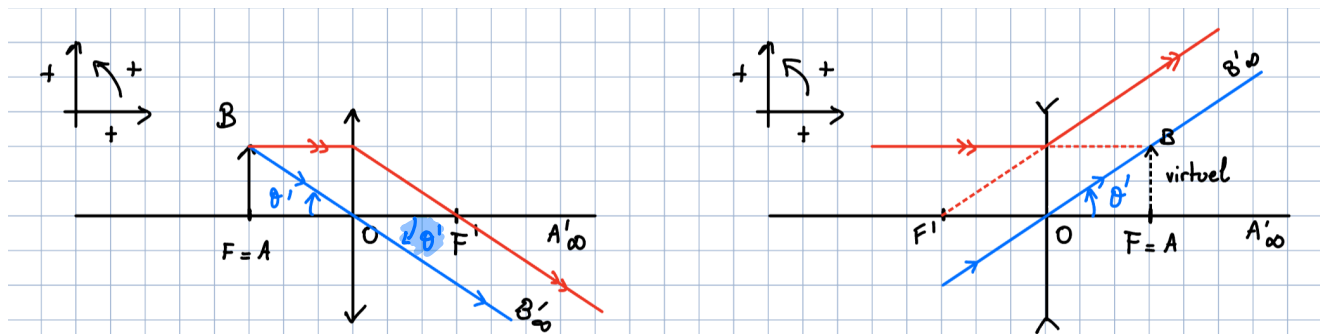


FIGURE 23. Taille angulaire (ou diamètre apparent) d'une image à l'infini.

b) Objet à l'infini $\rightarrow$ image dans le plan focal image

Dans ce cas, les formules de grandissement donnent un grandissement nul (utiliser la formule (3)). On affine la description en calculant la taille de l'image à partir de la **taille angulaire** (ou diamètre apparent) de l'objet.

Taille d'une image dans le plan focal image

Démonstration ■ 5

☞ Pour une lentille mince (convergente ou divergente) la taille angulaire θ d'un objet à l'infini permet de calculer la taille de l'image $A'B'$ selon la formule :

$$\overline{A'B'} = f' \times \theta \quad (8)$$

avec f' la distance focale image de la lentille.

Attention : l'angle θ est orienté. Pour cette formule, le sens positif des angles est le sens trigonométrique (cf. FIGURE).

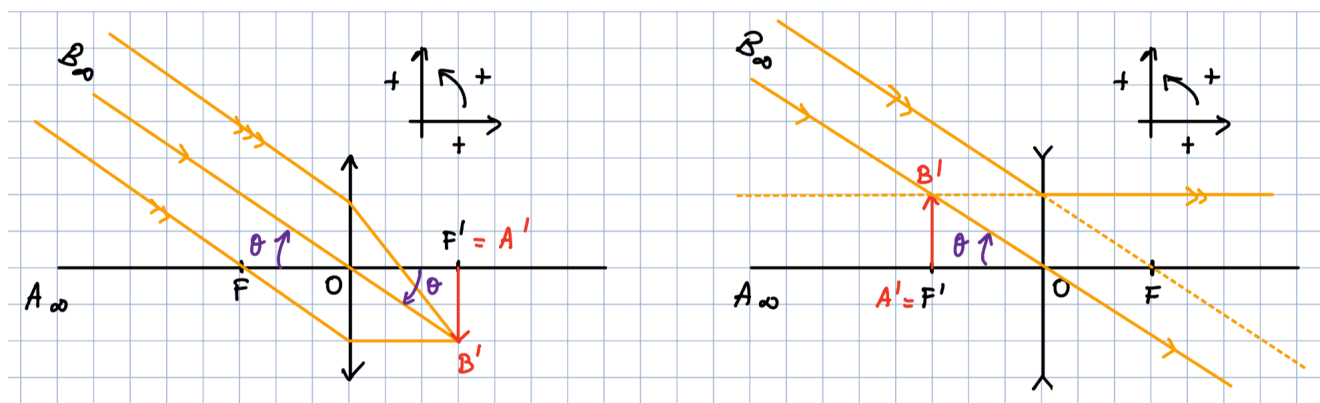


FIGURE 24. Taille d'une image dans le plan focal image.

VI Application : projection d'une image sur un écran

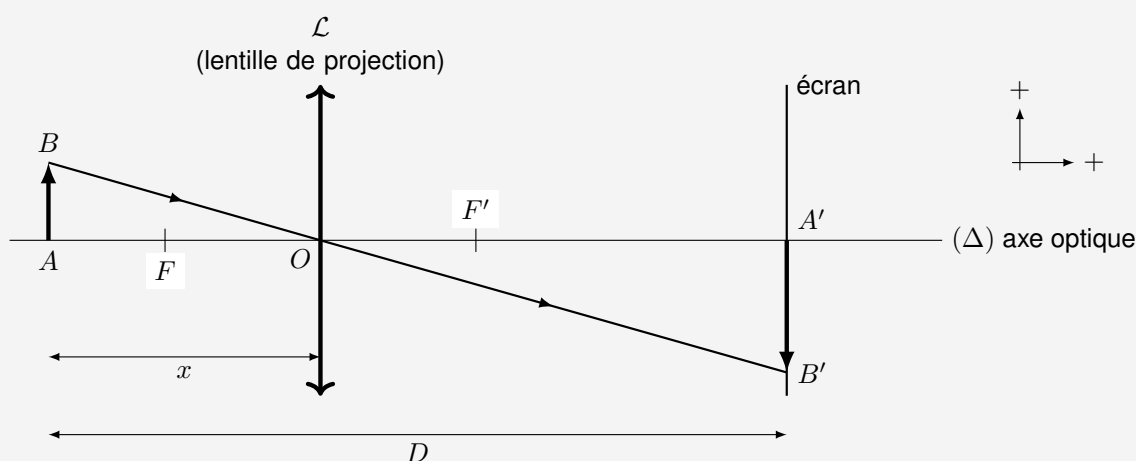
On cherche à projeter sur un écran l'image réelle $A'B'$ d'un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique. Pour cela on utilise une lentille convergente $\mathcal{L}$ de distance focale image f' , appelée lentille de projection. **On suppose que la distance D entre l'objet et l'écran est fixée, ce qui est le cas par exemple pour un projecteur numérique.** On cherche à quelles conditions on peut en pratique réaliser cette projection.

À retenir :

Démonstration ■ 6

Pour former l'image réelle $A'B'$ d'un objet réel AB sur un écran situé à une distance D de l'objet, à l'aide d'une lentille convergente de distance focale image f' **il est nécessaire de respecter la condition :**

$$D \geq 4f' . \quad (9)$$



Si $D > 4f'$ alors **il existe 2 positions possibles distinctes pour la lentille**. Ces 2 positions sont **symétriques** par rapport au milieu du segment $[AA']$.

L'une des positions (lentille au plus près de l'objet) donne une image agrandie, l'autre (lentille au plus près de l'image) donne une image rétrécie. Les 2 positions donnent une image retournée.

Si $D = 4f'$ alors **la seule position possible pour la lentille est le milieu du segment $[AA']$** . Le grandissement vaut -1 (l'image est retournée et de même taille que l'objet).