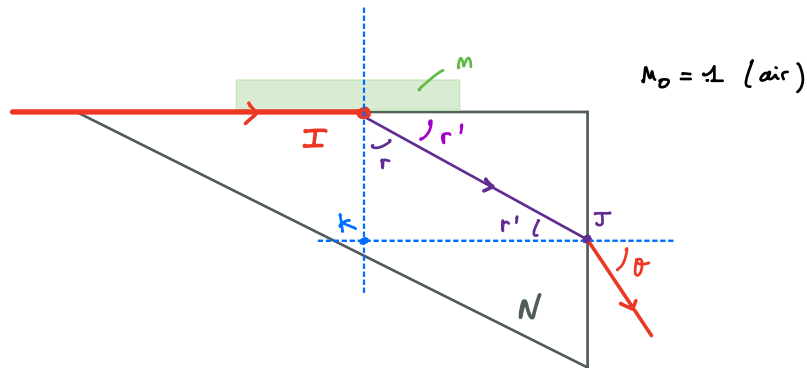


Ex 4 : Réfractomètre de Pulfrich.



1) On a tracé l'allure du rayon dans le prisme. Il faut s'assurer que le rayon émergent en J s'éloigne de la normale.

2) On cherche à exprimer θ en fonction de N et n . On applique la méthode du cours.

1. On annote la figure, en faisant apparaître les angles inconnus :

ici r , r' et θ (que l'on cherche).

2. On compte 3 inconnues : il faut écrire 3 équations :

$$\text{Snell-Descartes en I : } n \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = N \sin(r)$$

$\uparrow$
incidence normale
dans l'échantillon
d'indice n

$\uparrow$
 r est donc
l'angle de réfraction
limite.

(Rq : il faut $n < N$).

$$\text{donc } \sin(r) = \frac{n}{N} \quad (1).$$

$$\text{Snell-Descartes en J : } n_0 \sin(\theta) = N \sin(r') \quad (2)$$

$$\text{Relation géométrique : } r + r' = \frac{\pi}{2} \quad (3) \quad (\text{angles alternes-internes en I et J})$$

ou (triangle rectangle IJK
 $r + r' + \frac{\pi}{2} = \pi$).

$$\begin{aligned} 3. \text{ Résolution : } (3) : r' = \frac{\pi}{2} - r &\Rightarrow (2) \quad \sin(\theta) = \frac{N}{n_0} \sin\left(\frac{\pi}{2} - r\right) \\ &= \frac{N}{n_0} \cos(r) \end{aligned}$$

$$(1) \quad \sin(r) = \frac{n}{N} \Rightarrow \sin(\theta) = \frac{N}{n_0} \sqrt{1 - \frac{n^2}{N^2}} = \frac{N}{n_0} \sqrt{1 - \sin^2(r)}$$

Finalement : $\sin(\theta) = \frac{1}{n_0} \sqrt{N^2 - n^2}$ //

$N = 1,625$; $n = 1,487$; $n_0 = 1,000$) 4 C.S.

A.N. $\sin(\theta) = 0,6553 \Rightarrow \theta = 0,7146 \text{ rad}$
 $= 40,34^\circ$ //

3) On étudie ici les limitations du dispositif. On a déjà établi en faisant le schéma qu'il faut $n < N$ pour avoir réfraction en I.

Ainsi si $n \geq N$ la lumière ne pénètre pas dans le prisme et on ne peut pas l'observer en sortie. Cependant la condition nous donne un maximum pour n , et on cherche un minimum.

Étudions la réfraction en J. Comme $n_0 < N$ il peut y avoir réflexion totale !

Si $r' > i_{\text{tot}}$ (avec $i_{\text{tot}} = \arcsin\left(\frac{n_0}{N}\right)$) alors le rayon ne sort pas du prisme en J et on ne peut donc pas l'observer !

Il faut donc imposer $r' < i_{\text{tot}}$, ce qui correspond à $\theta < \pi/2$, c'est-à-dire $\sin\theta < 1$.

Or $\sin\theta < 1 \Rightarrow \frac{1}{n_0} \sqrt{N^2 - n^2} < 1$

$\Rightarrow N^2 - n^2 < n_0^2$

$\Rightarrow n^2 > N^2 - n_0^2$

$\Rightarrow n > \sqrt{N^2 - n_0^2}$

Ainsi la valeur minimale de n permettant d'observer un rayon en sortie est

$n_{\text{min}} = \sqrt{N^2 - n_0^2}$ //

A.N. $n_{\text{min}} = 1,281$. On pourrait mesurer l'indice optique de l'eau ($n_{\text{eau}} = 1,33$).