Programme de la semaine du 16 novembre 2026

Cours

Cette semaine, tous les points du programme de colle pourront faire l'objet d'une question de cours !

Chapitre 6 : Régimes transitoires du premier ordre.

- Définition du régime variable. Définition de l'intensité en régime variable. Savoir décrire l'approximation des régimes quasi-stationnaires et donner un critère de validité. Savoir que les lois de Kirchhoff s'appliquent dans l'ARQS.
- Dipôle condensateur. Schéma électrique en convention récepteur, relation entre la charge portée par les armatures et la tension, relation entre l'intensité du courant et la charge portée par les armatures, relation courant-tension. Ordre de grandeur des capacités. Dipôle équivalent en régime permanent, modélisation d'un condensateur réel (résistance de fuite). Puissance algébrique reçue en convention récepteur, définition de l'énergie électrostatique stockée par le condensateur. Continuité (au sens mathématique du terme) de la tension aux bornes du condensateur.
- **Réponse d'un circuit RC série à un échelon tension (= réponse indicielle).** Mise en équation du circuit et résolution de l'équation différentielle (pour la tension aux bornes du condensateur) dans le cas d'un échelon de tension en entrée :

$$e(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < 0 \,, \\ E & \text{si} \quad t \geq 0 \,. \end{cases} \tag{1}$$

  Définition de la constante de temps. Savoir tracer l'allure de l'évolution de la tension en fonction du temps (asymptote horizontale, tangente à l'origine). Définition du régime transitoire. Temps de réponse à 63% ; 95%, 99%. Savoir calculer l'expression de l'intensité du courant et tracer l'allure de son graphe. Savoir mener le bilan de puissance et le bilan d'énergie (dans le cas d'une excitation $e(t)$ quelconque) que l'on pourra écrire sous la forme :

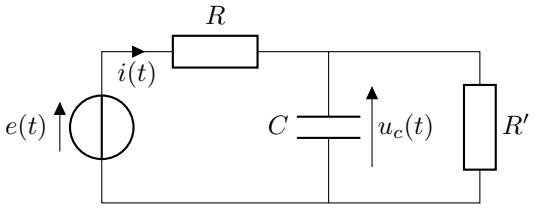
$$\Delta E_C = W_e - W_R \,, \tag{2}$$

  en définissant chaque terme. Savoir calculer l'énergie totale reçue (ou fournie) par chaque dipôle et le rendement, dans le cas de la réponse à l'échelon (« charge du condensateur »).
- **Exemple du circuit RC « parallèle ».**

Exercice 2 (Circuit RC « parallèle »)

On considère le circuit ci-contre soumis à l'échelon de tension :

$$e(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < 0 \,, \\ E & \text{si} \quad t \geq 0 \,. \end{cases} \tag{3}$$



On suppose le condensateur initialement « déchargé » : $u_c(t=0) = 0$.

✍ Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension u_c pour $t \geq 0$ et la résoudre en tenant compte de la condition initiale. Interpréter la valeur atteinte en régime permanent.

- **Régime libre du circuit RC série.** Mise en équation, résolution, calcul de l'intensité, tracés, bilan de puissance et d'énergie.
- Dipôle bobine. Schéma électrique en convention récepteur, relation courant-tension. Ordre de grandeur des inductances. Dipôle équivalent en régime permanent, modélisation d'une bobine réelle. Puissance algébrique reçue en convention récepteur, définition de l'énergie magnétique stockée par la bobine. Continuité (au sens mathématique du terme) de l'intensité du courant traversant la bobine. **Traité sous le forme d'un exercice de cours :** réponse d'un circuit « RL série » à un échelon de tension (voir ci-dessous).

Exercice 3 (étude de la réponse d'un circuit RL à un échelon de tension)

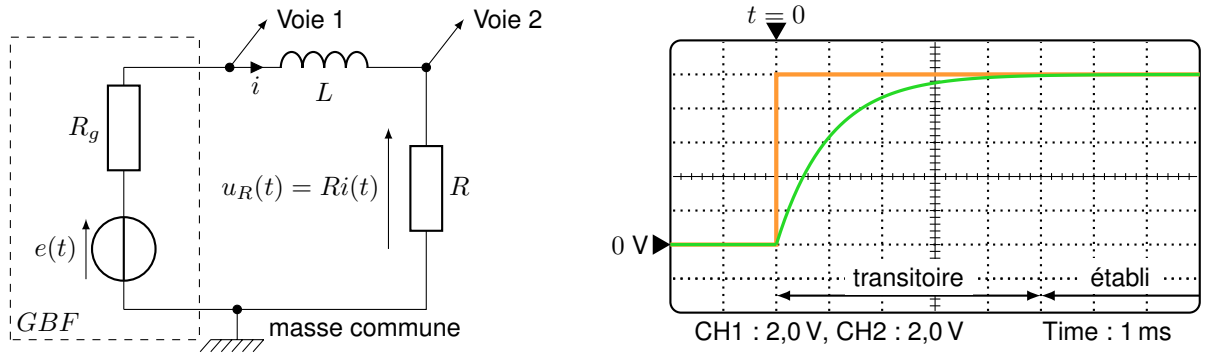


FIGURE 1. Mesures des tensions aux bornes du GBF et de la résistance R .

En reprenant la trame de l'étude du circuit RC on cherche à déterminer l'évolution de l'intensité du courant $i(t)$ dans le circuit et à faire un bilan de puissance.

1) On pourra dans un premier temps négliger la résistance de sortie R_g du GBF devant la résistance R du circuit. Justifier qualitativement cette hypothèse et dessiner le circuit correspondant.

2) En utilisant la loi des mailles, écrire l'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i(t)$ du circuit. On pourra introduire un temps caractéristique τ appelé **constante de temps** du circuit RL (vérifier la dimension de τ).

3) On suppose que pour $t < 0$ le régime permanent était atteint dans le circuit. En utilisant la continuité de la fonction $i(t)$ déterminer la condition initiale. En déduire l'expression de $i(t)$ puis celle de $u_R(t)$.

4) Sur la courbe expérimentale mesurer la constante de temps par une méthode de votre choix et en déduire la valeur de l'inductance L.

5) Réaliser un bilan de puissance dans le circuit.

Chapitre 7 : De l'oscillateur harmonique à l'oscillateur amorti. Régimes transitoires du deuxième ordre.

- **Le circuit LC :** savoir mettre en équation le circuit et mettre l'équation sous la forme canonique de l'équation différentielle de l'oscillateur harmonique. Savoir exprimer la pulsation propre en fonction des paramètres du circuit.
- Connaître la forme de la solution générale de l'équation différentielle de l'O.H. Nécessité de connaître 2 conditions initiales pour fixer les 2 constantes d'intégration. Savoir exprimer la période propre.
- Savoir résoudre l'équation dans le cas où $u_C(t=0) = E$ et $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(t=0) = 0$.
- Savoir tracer rigoureusement le graphe de la fonction $u_C(t) = E\cos(\omega_0 t)$.
- Savoir montrer que l'énergie totale du circuit est constante au cours du temps et interpréter les oscillations de la tension et de l'intensité du courant comme un échange d'énergie entre le condensateur et la bobine.
- **Circuit RLC « série » :** mise en équation du circuit soumis à une excitation de tension $e(t)$, forme canonique, définition de la pulsation propre et du facteur de qualité.
  Note aux colleuses : nous venons de commencer la résolution, qui n'est donc pas au programme de colle cette semaine !.

Méthode d'Euler pour les systèmes linéaires du 1er ordre

On applique la méthode d'Euler pour la résolution numérique du problème de Cauchy suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}(t) = f(u(t),t) \ , \quad \text{pour} \quad t \geq t_0 \ , \\ u(t_0) = u_0 \ . \end{cases} \tag{4}$$

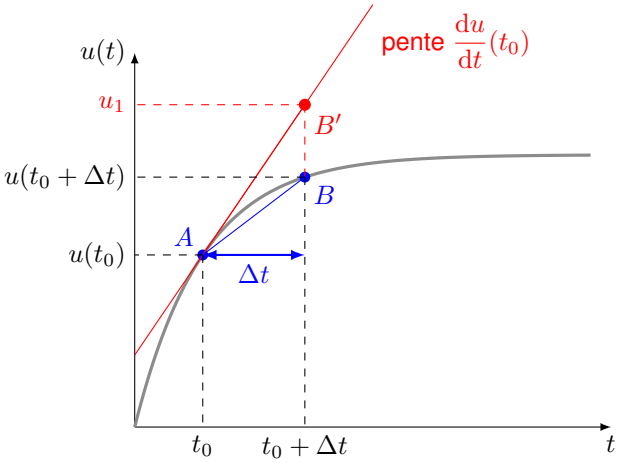
Dans le cas d'un système linéaire du premier ordre, $f(u(t),t) = e(t)/\tau - u(t)/\tau$, avec $\tau > 0$ la **constante de temps** du système et $e(t)$ une fonction quelconque du temps, représentant **l'excitation** du système.

Résoudre numériquement ce problème signifie **déterminer les valeurs approchées** de la fonction u solution aux instants $\{t_1, t_2, \ldots, t_{n-1}\}$ choisis par l'utilisateur ou l'utilisatrice. On notera $\{u_1, u_2, \ldots, u_{n-1}\}$ les **valeurs approchées** de $\{u(t_1), u(t_2), \ldots, u(t_{n-1})\}$.

La méthode d'Euler est basée sur l'approximation suivante :

$$u(t_0 + \Delta t) \simeq u(t_0) + \Delta t \times \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}(t_0) \; . \tag{5}$$

On pourra s'appuyer sur un schéma pour expliquer l'approximation :



Les valeurs approchées $\{u_1, u_2, \ldots, u_{n-1}\}$ sont données par la formule de récurrence :

$$u_{k+1} \overset{\text{def.}}{=} u_k + \Delta t \times f(u_k, t_k) \; , \qquad k = 0, 1, \ldots n-2 \; , \tag{6}$$

avec Δt le pas de temps, tel que $t_{k+1} = t_k + \Delta t$ (on choisit des instants régulièrement espacés).

Savoir justifier le choix du pas de temps Δt et de l'instant final $t_f = t_{n-1}$.

Savoir coder une fonction en Python permettant de résoudre une équation différentielle du 1er ordre à l'aide de la méthode d'Euler. Je propose la fonction suivante `euler(f,u0,t)` prenant **3 paramètres :**

- une fonction `f` de 2 variables, qui donne la dérivée de la fonction u ;
- un nombre `u0`, qui représente la condition initiale $u(t_0) = u_0$;
- un tableau numpy `t`, qui représente l'ensemble des instants $\{t_0, t_1, \ldots, t_{n-1}\}$ auxquels on cherche à évaluer la fonction u .

Le **code** de la fonction :

```
def euler(f,u0,t):
    """
    Fonction implémentant la méthode d'Euler pour l'équation diff. du/dt = f(u(t),t)

    Entrée
    ------------------------------
    f : fonction donnant du/dt (fonction de 2 variables)
    u0 : condition initiale u(t_0) = u_0 (float)
    t : tableau numpy représentant les instants (t_0,t_1,...,t_n-1) auxquels évaluer u(t)

    Sortie
    ------------------------------
    tableau numpy représentant les u(t_k)
    """
    n = len(t)
    dt = t[1]-t[0]
    sol = np.zeros(n)
    sol[0] = u0
    for k in range(n-1):
        sol[k+1] = sol[k] + dt*f(sol[k],t[k])
    return sol
```

Exercices

Exercices sur le **Chapitre 6 (ordre 1).**